

Razões Trigonómicas

9.º ano Matemática 6 páginas

Ficha de problemas com razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) em triângulos retângulos e ângulos de elevação. Usa calculadora para os ângulos que não são notáveis. As soluções estão nas páginas 4 a 6.

Revisão rápida: Num triângulo retângulo, para um ângulo agudo θ :

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \quad \text{cos } \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \quad \text{tan } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Valores notáveis:

θ	$\text{sen } \theta$	$\text{cos } \theta$	$\text{tan } \theta$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

O **ângulo de elevação** é o ângulo entre a horizontal e a linha de vista quando olhamos para cima.

Exercício 1 — Calcula o lado desconhecido

Em cada caso, o triângulo é retângulo. Escreve a razão trigonométrica que relaciona os dados e determina o valor pedido.

1.1) A hipotenusa mede 10 cm e um ângulo agudo mede 30° . Calcula o comprimento x do cateto oposto a esse ângulo.

1.2) O cateto adjacente a um ângulo de 45° mede 8 cm. Calcula o comprimento x do cateto oposto a esse ângulo.

1.3) A hipotenusa mede 6 cm e um ângulo agudo mede 60° . Calcula o comprimento x do cateto adjacente a esse ângulo.

1.4) Num triângulo retângulo, o cateto oposto a um ângulo θ mede 7 cm e o cateto adjacente mede $7\sqrt{3}$ cm. Determina a amplitude de θ .

1.5) O cateto oposto a um ângulo de 40° mede 5 m. Calcula o comprimento x da hipotenusa (usa a calculadora).

Exercício 2 — Determina o ângulo

Usa os valores notáveis da tabela (e a função inversa da calculadora, quando precisares) para determinar θ , com $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

2.1) $\sin \theta = 0,5$. Determina θ .

2.2) $\cos \theta = 0,5$. Determina θ .

2.3) $\tan \theta = 1$. Determina θ .

2.4) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Determina θ .

Exercício 3 — Ângulos de elevação

Em cada problema, faz um esboço do triângulo retângulo e identifica o que é conhecido e o que é pedido.

3.1) Um edifício é observado a 20 m da sua base, sob um ângulo de elevação de 30° . Calcula a altura h do edifício.

3.2) Uma árvore projeta uma sombra de 12 m quando o Sol está a 45° acima da horizontal. Calcula a altura da árvore.

3.3) Uma escada de 5 m está encostada a uma parede e faz um ângulo de 70° com o solo. A que altura h da parede chega o topo da escada? (usa a calculadora)

3.4) Um avião é observado sob um ângulo de elevação de 25° e encontra-se a 2 km de distância horizontal do observador. A que altura h (em metros) voa o avião? (usa a calculadora)

Exercício 4 — Problemas combinados

Lê cada problema com atenção: identifica o triângulo retângulo, escreve a razão trigonométrica adequada e resolve a equação.

4.1) Para medir a largura de um rio, a Beatriz colocou-se na margem, em frente a uma árvore na margem oposta. Caminhou 50 m ao longo da margem e mediu um ângulo de 32° entre a linha da margem e a direção da árvore. Calcula a largura L do rio (usa a calculadora).

4.2) Uma rampa com 4 m de comprimento permite subir 2 m de desnível. Determina o ângulo de inclinação θ da rampa relativamente ao solo.

4.3) O fio de um papagaio (papagaio de papel) tem 25 m de comprimento e faz um ângulo de 55° com a horizontal. A que altura h está o papagaio, sabendo que o fio está esticado e que a mão da criança está junto ao solo? (usa a calculadora)

 **Sugestão:** Para escolher a razão certa, identifica qual é o lado conhecido e qual é o lado pedido em relação ao ângulo dado: oposto $\rightarrow$ seno (ou tangente), adjacente $\rightarrow$ cosseno (ou tangente), hipotenusa $\rightarrow$ seno ou cosseno. Se a incógnita está no denominador, resolve a equação invertendo os dois membros.

Soluções

9.º ano

Matemática

Páginas 4–6

Exercício 1 — Calcula o lado desconhecido

1.1)

Conhecemos a hipotenusa e pedimos o cateto oposto → seno:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{x}{10} \rightarrow x = 10 \times \text{sen } 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ cm.}$$

1.2)

Conhecemos o cateto adjacente e pedimos o cateto oposto → tangente:

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{8} \rightarrow x = 8 \times \tan 45^\circ = 8 \times 1 = 8 \text{ cm.}$$

1.3)

Conhecemos a hipotenusa e pedimos o cateto adjacente → cosseno:

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{6} \rightarrow x = 6 \times \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ cm.}$$

1.4)

Conhecemos os dois catetos → tangente:

$$\tan \theta = \frac{7}{7\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 30^\circ \text{ (valor notável da tabela).}$$

1.5)

Conhecemos o cateto oposto e pedimos a hipotenusa → seno:

$$\text{sen } 40^\circ = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{5}{\text{sen } 40^\circ} \approx \frac{5}{0,643} \approx 7,8 \text{ m.}$$

Exercício 2 — Determina o ângulo

2.1)

$$\text{sen } \theta = 0,5 = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 30^\circ.$$

2.2)

$$\cos \theta = 0,5 = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ.$$

2.3)

$$\tan \theta = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ.$$

2.4)

$$\text{sen } \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ.$$

Exercício 3 — Ângulos de elevação

3.1)

No triângulo retângulo, o cateto oposto ao ângulo de 30° é a altura h e o cateto adjacente é a distância de 20 m $\rightarrow$ tangente:

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{20} \rightarrow h = 20 \times \tan 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \approx \mathbf{11,5 \text{ m.}}$$

3.2)

A altura da árvore é o cateto oposto ao ângulo de 45° e a sombra (12 m) é o cateto adjacente:

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{12} \rightarrow h = 12 \times 1 = \mathbf{12 \text{ m.}}$$

3.3)

A escada (5 m) é a hipotenusa e a altura h é o cateto oposto ao ângulo de 70° $\rightarrow$ seno:

$$\sin 70^\circ = \frac{h}{5} \rightarrow h = 5 \times \sin 70^\circ \approx 5 \times 0,940 \approx \mathbf{4,7 \text{ m.}}$$

3.4)

Distância horizontal 2 km = 2000 m; a altura h é o cateto oposto ao ângulo de 25° :

$$\tan 25^\circ = \frac{h}{2000} \rightarrow h = 2000 \times \tan 25^\circ \approx 2000 \times 0,466 \approx \mathbf{933 \text{ m.}}$$

Exercício 4 — Problemas combinados

4.1)

A largura L do rio é o cateto oposto ao ângulo de 32° e os 50 m são o cateto adjacente:

$$\tan 32^\circ = \frac{L}{50} \rightarrow L = 50 \times \tan 32^\circ \approx 50 \times 0,625 \approx \mathbf{31 \text{ m.}}$$

4.2)

A rampa (4 m) é a hipotenusa e o desnível (2 m) é o cateto oposto $\rightarrow$ seno:

$$\sin \theta = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow \theta = \mathbf{30^\circ}.$$

4.3)

O fio (25 m) é a hipotenusa e a altura h é o cateto oposto ao ângulo de 55° :

$$\sin 55^\circ = \frac{h}{25} \rightarrow h = 25 \times \sin 55^\circ \approx 25 \times 0,819 \approx \mathbf{20,5 \text{ m.}}$$

✅ **Autocorreção:** Se erraste algum exercício, volta à revisão rápida da página 1 e refaz o item. Os erros mais comuns: trocar o cateto oposto pelo adjacente (o oposto «não toca» no ângulo) e esquecer de usar a calculadora em graus (DEG) para os ângulos não notáveis.