

Trigonometria e Pitágoras — Resumo

9.º ano

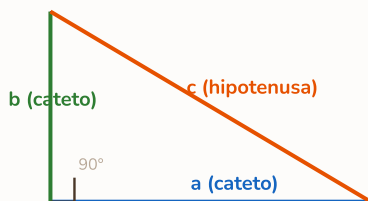
Matemática

3 páginas

O **Teorema de Pitágoras** e as **razões trigonométricas** são as ferramentas que relacionam os lados e os ângulos de um triângulo retângulo.

O triângulo retângulo

Um triângulo retângulo tem um **ângulo reto** (90° , $\perp$). Os dois lados que formam o ângulo reto chamam-se **catetos**; o lado maior, oposto ao ângulo reto, chama-se **hipotenusa**.



- **Hipotenusa (c)** — lado oposto ao ângulo reto; é sempre o **maior** dos três lados.
- **Catetos (a e b)** — os outros dois lados, os que formam o ângulo reto.

Teorema de Pitágoras

📌 Teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$

c é a hipotenusa; **a** e **b** são os catetos. A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Exemplo: o triângulo 3-4-5

Num triângulo retângulo, os catetos medem 3 cm e 4 cm. Qual é o comprimento da hipotenusa?

- $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
- $c = \sqrt{25} = 5$

$$c^2 = 9 + 16 = 25 \rightarrow c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

🔍 **Recíproco do Teorema de Pitágoras:** se num triângulo se verifica $a^2 + b^2 = c^2$ (com **c** o maior lado), então o triângulo é **retângulo**. É uma forma rápida de verificar se um triângulo é retângulo!

💡 **Pitágoras ou trigonometria?** Usa o **Teorema de Pitágoras** quando conheces **dois lados** e queres o terceiro. Usa as **razões trigonométricas** quando conheces **um lado e um ângulo agudo** (e queres outro lado ou um ângulo).

As três razões trigonométricas

Num triângulo retângulo, para um ângulo agudo θ , definem-se três razões entre os lados. **CO** = cateto oposto a θ , **CA** = cateto adjacente a θ , **H** = hipotenusa.

Seno

$$\text{sen } \theta = \frac{CO}{H}$$

cateto oposto a dividir pela hipotenusa

Cosseno

$$\text{cos } \theta = \frac{CA}{H}$$

cateto adjacente a dividir pela hipotenusa

Tangente

$$\text{tan } \theta = \frac{CO}{CA}$$

cateto oposto a dividir pelo cateto adjacente

 **Mnemónica SOH-CAH-TOA:** Seno = Oposto sobre Hipotenusa; Cosseno = Adjacente sobre Hipotenusa; Tangente = Oposto sobre Adjacente. Memoriza esta sequência e nunca mais te enganas a escolher a razão!

Tabela dos valores notáveis

Estes valores aparecem com muita frequência nos exercícios — vale a pena decorá-los (ou saber obtê-los a partir dos triângulos 30°-60° e 45°):

θ	30°	45°	60°
sen θ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos θ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan θ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

 **Repara no padrão:** sen 30° = cos 60° e sen 60° = cos 30°. Num ângulo agudo, sen θ = cos (90° – θ). Além disso, tan θ = $\frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$.

Como escolher a razão certa

Antes de escreveres qualquer equação, pergunta-te: «*que lados conheço e que lado quero descobrir?*»

- Conheço a hipotenusa e quero o cateto oposto → uso o **seno**: $\text{sen } \theta = \frac{\text{CO}}{\text{H}}$
- Conheço a hipotenusa e quero o cateto adjacente → uso o **coseno**: $\text{cos } \theta = \frac{\text{CA}}{\text{H}}$
- Conheço os dois catetos (ou o oposto e o adjacente) → uso a **tangente**: $\text{tan } \theta = \frac{\text{CO}}{\text{CA}}$
- Quero descobrir um ângulo → uso a razão inversa na calculadora (shift + sen/cos/tan).

💡 **Dica:** desenha sempre o triângulo, marca os dados conhecidos e o ângulo. A posição dos lados (oposto, adjacente, hipotenusa) depende do ângulo que estás a usar — identifica-o primeiro!

Ângulo de elevação e de depressão

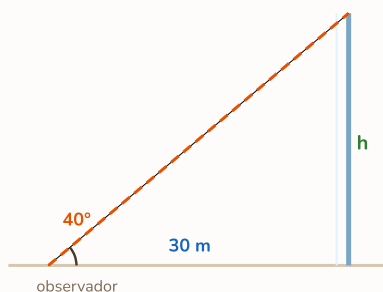
O **ângulo de elevação** é o ângulo entre a **horizontal** e a linha de visão, quando olhamos para um ponto **acima** de nós. O **ângulo de depressão** é o mesmo ângulo, mas quando olhamos para um ponto **abaixo** de nós.

⚠ **Atenção:** os dois ângulos medem-se sempre a partir da **horizontal** — nunca da vertical. Em problemas com edifícios, torres ou aviões, o chão e o objeto formam sempre um ângulo reto ($\perp$), o que permite desenhar o triângulo retângulo.

Exemplo resolvido

Exemplo: altura de um edifício

De um ponto no chão, a **30 m** da base de um edifício, observa-se o topo do edifício segundo um ângulo de elevação de **40°**. Qual é a altura do edifício?



1. **Interpretar:** o chão e o edifício formam um ângulo reto ($\perp$). O triângulo retângulo tem cateto adjacente = 30 m e cateto oposto = h (a altura do edifício).
2. **Escolher a razão:** conheço o cateto adjacente e quero o cateto oposto → uso a **tangente**.
3. **Escrever a equação:** $\text{tan } 40^\circ = \frac{h}{30}$
4. **Resolver:** $h = 30 \times \text{tan } 40^\circ \approx 30 \times 0,8391 \approx 25,2$
5. **Responder:** o edifício tem cerca de **25,2 m** de altura.

$$h = 30 \times \text{tan } 40^\circ \approx 30 \times 0,8391 \approx 25,2 \text{ m}$$

💡 **No teste:** mostra sempre os passos — a equação com a razão escolhida, a substituição e o cálculo com a calculadora. Não te esqueças da **unidade** (m, cm, ...) na resposta final!