

Probabilidades e Estatística — Resumo

9.º ano

Matemática

4 páginas

Este resumo reúne os conceitos essenciais de **probabilidades** e **estatística** do 9.º ano: desde a Regra de Laplace até ao diagrama de extremos e quartis, passando pelas medidas de localização.

Probabilidades

Uma experiência diz-se **aleatória** quando, realizada nas mesmas condições, pode conduzir a resultados diferentes (ex.: lançar um dado, tirar uma carta de um baralho, escolher uma bola de um saco).

Conceitos fundamentais

- **Espaço amostral (Ω)** — conjunto de todos os resultados possíveis da experiência.
- **Acontecimento (A)** — subconjunto do espaço amostral (ex.: «sair número par»).
- **Acontecimento elementar** — tem apenas um resultado (ex.: «sair 4»).
- **Acontecimento certo** — ocorre sempre; coincide com Ω .
- **Acontecimento impossível** — não pode ocorrer (ex.: «sair 7» num dado); representa-se por $\emptyset$.

📌 Regra de Laplace

Se os resultados possíveis são todos igualmente prováveis (equiprováveis):

$$P(A) = \frac{n.º \text{ de casos favoráveis}}{n.º \text{ de casos possíveis}}$$

Exemplo: lançamento de um dado equilibrado

Qual é a probabilidade de sair um número par?

- Casos possíveis: $6 \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Casos favoráveis: $3 \rightarrow \{2, 4, 6\}$

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

📌 Propriedades da probabilidade

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\emptyset) = 0 \quad e \quad P(\Omega) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

A probabilidade do acontecimento impossível é 0, a do acontecimento certo é 1.

💡 **Nota:** A probabilidade pode representar-se como fração, decimal ou percentagem. Por exemplo: $P = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$. Quanto maior a

probabilidade, mais provável é o acontecimento!

Operações com acontecimentos

Quando um acontecimento resulta da combinação de outros, usam-se as operações com conjuntos: **união**, **interseção** e **complementar**.

União — $A \cup B$

O acontecimento $A \cup B$ ocorre quando acontece A , ou B , ou **ambos em simultâneo**.

✚ Probabilidade da união

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Subtrai-se $P(A \cap B)$ porque os casos que pertencem aos dois acontecimentos são contados duas vezes.

Acontecimentos disjuntos — $A \cap B = \emptyset$

Dois acontecimentos são **disjuntos** (mutuamente exclusivos) se **não podem ocorrer em simultâneo**: a interseção é vazia ($A \cap B = \emptyset$).

✚ União de acontecimentos disjuntos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (\text{se } A \cap B = \emptyset)$$

Interseção — $A \cap B$

O acontecimento $A \cap B$ ocorre quando A e B acontecem **ao mesmo tempo**.

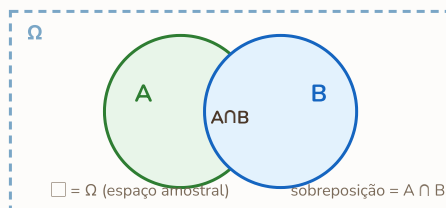
Complementar — $\bar{A}$

$\bar{A}$ é o conjunto de todos os resultados que **não pertencem a A** : ocorre quando A não ocorre. A soma das probabilidades de um acontecimento e do seu complementar é sempre 1:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Diagrama de Venn

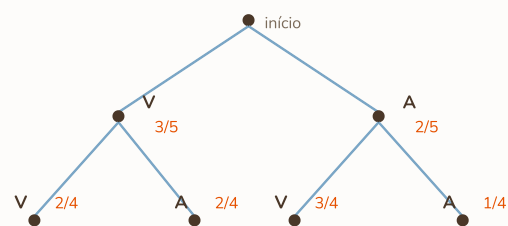
No **diagrama de Venn**, o retângulo representa o espaço amostral Ω e os círculos representam os acontecimentos. A zona onde os círculos se sobrepõem é a interseção $A \cap B$; a zona coberta por qualquer um dos círculos é a união $A \cup B$.



🔍 **Regra de ouro:** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Só podes somar sem subtrair quando os acontecimentos são disjuntos ($A \cap B = \emptyset$).

Diagrama em árvore

O **diagrama em árvore** organiza experiências com várias etapas (ex.: tirar duas bolas de um saco). Cada ramo indica a probabilidade de cada resultado. Exemplo: saco com 3 bolas vermelhas (V) e 2 azuis (A), tirando-se duas bolas *sem reposição*.



$$VV = 3/5 \times 2/4 = 3/10 \quad VA = 3/5 \times 2/4 = 3/10 \quad AV = 2/5 \times 3/4 = 3/10 \quad AA = 2/5 \times 1/4 = 1/10$$

💡 **Regra de ouro:** multiplica as probabilidades **ao longo dos ramos** (ex.: $P(V \text{ e } A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$) e **soma** as probabilidades dos

caminhos que interessam **nos fins** (ex.: $P(\text{uma bola de cada cor}) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$).

Estatística

Variáveis estatísticas

Uma **variável estatística** é a característica que se pretende estudar numa população ou amostra. Pode ser qualitativa ou quantitativa (discreta ou contínua).

Tipo	O que é	Exemplos
Qualitativa	Não é numérica; descreve categorias ou qualidades	Cor dos olhos, desporto preferido, concelho de residência
Quantitativa discreta	Numérica; assume apenas valores isolados (contagens)	N.º de irmãos, n.º de golos marcados, n.º de alunos
Quantitativa contínua	Numérica; pode assumir qualquer valor num intervalo (medições)	Altura, massa, tempo de corrida

Dados contínuos → classes

Quando os dados são contínuos (ou existem muitos valores diferentes), agrupam-se em **classes** (intervalos). Exemplo: alturas de alunos — 140–150 cm, 150–160 cm, 160–170 cm.

🔍 **Convenção dos intervalos:** as classes são fechadas à esquerda e abertas à direita — [140, 150[significa «de 140 (incluído) a 150 (excluído)». O valor 150 pertence à classe seguinte.

Histograma vs gráfico de barras

	Histograma	Gráfico de barras
Para que dados	Dados quantitativos contínuos (classes)	Dados qualitativos ou discretos
Barras	Juntas, sem espaços entre elas	Separadas, com espaços entre elas
O que representa a altura	A área da barra é proporcional à frequência	A altura é proporcional à frequência

Medidas de localização

📌 Média aritmética

$$\bar{x} = \frac{\text{ soma de todos os valores } }{n.º \text{ de valores } }$$

Ex.: notas 10, 12, 14 e 16 → $\bar{x} = (10 + 12 + 14 + 16) : 4 = 52 : 4 = 13$

📌 Mediana

valor central depois de ordenar os dados

n ímpar: 3, 5, 7, 9, 11 → mediana = 7 (o valor do meio)

n par: 2, 4, 6, 8 → mediana = (4 + 6) : 2 = 5 (média dos dois valores centrais)

Moda

o valor (ou valores) que mais se repete

Ex.: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8 → moda = 7

Pode não existir (todos os valores diferentes) ou haver mais do que uma moda (bimodal).

 **Dica:** ordena sempre os dados antes de calcular a mediana. Para a média, divide a soma total pelo número de dados — e não te esqueças de conferir a soma!

Diagrama de extremos e quartis

O **diagrama de extremos e quartis** (caixa de bigodes) resume a distribuição dos dados em **cinco valores**: mínimo, 1.º quartil (Q1), mediana, 3.º quartil (Q3) e máximo.

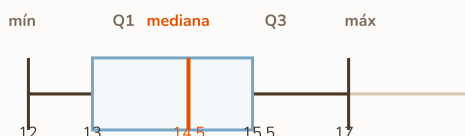
Como construir

1. **Ordenar** os dados por ordem crescente.
2. Encontrar a **mediana** (divide os dados ao meio — 50%).
3. **Q1** = mediana da primeira metade dos dados (25%).
4. **Q3** = mediana da segunda metade dos dados (75%).
5. Marcar **mínimo**, **Q1**, **mediana**, **Q3** e **máximo** numa reta numérica e desenhar a caixa (de Q1 a Q3) e os bigodes (até ao mínimo e ao máximo).

Exemplo: idades (em anos) de 8 alunos

Dados ordenados: 12, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 17

- Mínimo = 12 • Q1 = 13 (mediana de 12, 13, 13, 14)
- Mediana = 14,5 (média de 14 e 15)
- Q3 = 15,5 (mediana de 15, 15, 16, 17) • Máximo = 17



Amplitude interquartil

$$AIQ = Q3 - Q1$$

Mede a dispersão dos 50% centrais dos dados. Ex.: $AIQ = 15,5 - 13 = 2,5$ anos.

Amplitude total: $\Delta = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}} = 17 - 12 = 5$ anos.

⚠ **Análise crítica de gráficos**: cuidado com **eixos truncados** (que não começam em 0) e com **escalas enganadoras** — podem exagerar ou esconder diferenças. Antes de concluir, verifica sempre se o eixo vertical começa no zero e compara as escalas dos dois eixos!

Checklist final

- ✓ Saber aplicar a Regra de Laplace: $P(A) = \text{casos favoráveis} : \text{casos possíveis}$.
- ✓ Conhecer as propriedades: $0 \leq P(A) \leq 1$, $P(\varnothing) = 0$, $P(\Omega) = 1$ e $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- ✓ União: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$; disjuntos $\rightarrow$ soma simples.
- ✓ Diagrama em árvore: multiplicar ao longo dos ramos e somar nos fins.
- ✓ Distinguir variáveis qualitativas, quantitativas discretas e contínuas.
- ✓ Calcular média, mediana e moda de um conjunto de dados.
- ✓ Construir e ler o diagrama de extremos e quartis; calcular a AIQ.
- ✓ Ler gráficos criticamente (eixos truncados e escalas enganadoras).

💡 **Bom estudo!** Probabilidades e estatística aparecem sempre no teste — pratica com exercícios variados, sobretudo diagramas em árvore e diagramas de extremos e quartis.