

Probabilidades — Ficha de exercícios

9.º ano Matemática 5 páginas

 **Revendo:** Num fenómeno aleatório, a **probabilidade** de um acontecimento A é dada pela **Regra de Laplace** (para acontecimentos elementares equiprováveis):

$$P(A) = \frac{n.^{\circ} \text{ de casos favoráveis}}{n.^{\circ} \text{ de casos possíveis}}$$

Notação importante:

$P(A \cup B)$ = probabilidade da **união** (A ou B) | $P(A \cap B)$ = probabilidade da **interseção** (A e B) | $P(\bar{A})$ = probabilidade do **complementar** (não A)
 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ | Acontecimentos disjuntos: $A \cap B = \emptyset$ | $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

1. Regra de Laplace

Aplica a Regra de Laplace para calcular cada probabilidade. Apresenta o resultado em fração irredutível.

a) Lança-se um dado equilibrado com 6 faces. Qual é a probabilidade de sair um número par?

P(par) = _____

b) Lança-se uma moeda equilibrada duas vezes. Qual é a probabilidade de sair *pelo menos 1 cara*?

P(pelo menos 1 cara) = _____

c) De um baralho normal de 52 cartas, tira-se uma carta ao acaso. Qual é a probabilidade de sair um ás?

P(ás) = _____

d) Numa urna há 3 bolas vermelhas e 5 bolas azuis. Tira-se uma bola ao acaso. Qual é a probabilidade de sair uma bola azul?

P(azul) = _____

e) Lançam-se dois dados equilibrados. Qual é a probabilidade de a soma das faces ser 7?

P(soma = 7) = _____

2. Diagrama de Venn

Num inquérito a **50 alunos** de uma escola, verificou-se que:

- 30 gostam de Matemática (M)
- 25 gostam de Português (P)
- 15 gostam de ambas as disciplinas

Completa a tabela com os valores do diagrama de Venn e calcula as probabilidades pedidas.

Região	Descrição	Valor
$M \cap P$	Gostam de ambas	_____
M (só)	Gostam só de Matemática	_____
P (só)	Gostam só de Português	_____
Nenhuma	Não gostam de nenhuma	_____
Total	Total de alunos	50

Com base no diagrama, calcula (apresenta em fração irredutível):

- a) $P(M)$ b) $P(P)$ c) $P(M \cap P)$ d) $P(M \cup P)$
e) $P(\text{só Matemática})$ f) $P(\text{só Português})$
g) $P(\text{gosta de pelo menos uma})$ h) $P(\text{não gosta de nenhuma})$

3. Operações com acontecimentos

Usa as regras das probabilidades para calcular os valores pedidos.

a) A e B são acontecimentos disjuntos (mutuamente exclusivos) num espaço amostral. Sabe-se que $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,4$. Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

$P(A \cup B) =$ _____

b) Sabe-se que $P(A) = 0,6$. Qual é a probabilidade do acontecimento complementar $P(\bar{A})$?

$P(\bar{A}) =$ _____

c) A e B são acontecimentos não disjuntos. Sabe-se que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$ e $P(A \cap B) = 0,2$. Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

$P(A \cup B) =$ _____

d) Numa turma de 20 alunos, 12 jogam futebol (F), 8 jogam basquete (B) e 4 jogam ambos os desportos. Qual é a probabilidade de, escolhendo um aluno ao acaso, ele jogar futebol ou basquete?

$P(F \cup B) =$ _____

4. Diagramas em árvore

Constrói o diagrama em árvore (descrevendo os ramos) e calcula as probabilidades pedidas.

a) Lança-se uma moeda equilibrada 3 vezes.

Constrói o diagrama em árvore e calcula a probabilidade de:

i) Obter 3 caras $P =$ _____

ii) Obter pelo menos 2 caras $P =$ _____

iii) Não obter nenhuma cara $P =$ _____

Espaço amostral (S): { CCC, CCP, CPC, PCC, CPP, PCP, PPC, PPP } (8 resultados)

b) Uma caixa tem 4 bolas verdes e 2 bolas azuis. Tiram-se duas bolas sucessivamente, sem reposição.

Constrói o diagrama em árvore e calcula a probabilidade de:

i) Ambas serem verdes $P =$ _____

ii) Ambas serem azuis $P =$ _____

iii) Uma de cada cor $P =$ _____

5. Problemas

a) Numa rifa com 100 bilhetes, compraste 5 bilhetes. Qual é a probabilidade de ganhares o 1.º prémio?

$P =$ _____

b) A probabilidade de chover amanhã é 0,3. Qual é a probabilidade de não chover?

$P(\text{não chover}) =$ _____

c) Num teste de múltipla escolha, cada pergunta tem 4 opções de resposta, sendo apenas uma correta. Se responderes ao acaso, qual é a probabilidade de acertares numa pergunta?

$P(\text{acertar}) =$ _____

 Soluções nas páginas 3 a 5. Não consultes antes de tentares resolver sozinho.

Soluções — Probabilidades

1. Regra de Laplace

a) Lança-se um dado. Probabilidade de sair número par.

Casos possíveis: {1, 2, 3, 4, 5, 6} → 6 casos.

Casos favoráveis (par): {2, 4, 6} → 3 casos.

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Lança-se uma moeda 2 vezes. Probabilidade de pelo menos 1 cara.

Espaço amostral: {CC, CP, PC, PP} → 4 casos.

Casos favoráveis (pelo menos 1 cara): {CC, CP, PC} → 3 casos.

$$P(\text{pelo menos 1 cara}) = \frac{3}{4}$$

c) Baralho de 52 cartas. Probabilidade de sair um ás.

Casos possíveis: 52 cartas.

Casos favoráveis: 4 ases (ás de copas, ouros, espadas, paus).

$$P(\text{ás}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

d) Urna: 3 bolas vermelhas + 5 azuis. Probabilidade de sair azul.

Total de bolas: 3 + 5 = 8.

Casos favoráveis (azul): 5 bolas.

$$P(\text{azul}) = \frac{5}{8}$$

e) Lançam-se 2 dados. Probabilidade da soma ser 7.

Casos possíveis: 6 × 6 = 36.

Casos favoráveis (soma 7): (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) → 6 casos.

$$P(\text{soma} = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

2. Diagrama de Venn

Região	Cálculo	Valor
$M \cap P$ (ambas)	dado do problema	15
M só	$30 - 15$	15
P só	$25 - 15$	10
Nenhuma	$50 - (15 + 15 + 10)$	10

a) $P(M) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

b) $P(P) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

c) $P(M \cap P) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

d) $P(M \cup P) = P(M) + P(P) - P(M \cap P) = \frac{30}{50} + \frac{25}{50} - \frac{15}{50} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$

e) $P(\text{só } M) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

f) $P(\text{só } P) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

g) $P(\text{pelo menos uma}) = P(M \cup P) = \frac{4}{5}$

h) $P(\text{nenhuma}) = 1 - P(M \cup P) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

3. Operações com acontecimentos

a) A e B disjuntos: $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,4$. $P(A \cup B) = ?$

Acontecimentos disjuntos $\Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0 = 0,7$$

b) $P(A) = 0,6$. $P(\bar{A}) = ?$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

c) A e B não disjuntos: $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$; $P(A \cap B) = 0,2$. $P(A \cup B) = ?$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$$

d) Turma: 20 alunos. Futebol = 12, Basquete = 8, Ambos = 4. $P(F \cup B) = ?$

Favoráveis ($F \cup B$): $12 + 8 - 4 = 16$ alunos jogam futebol ou basquete.

$$P(F \cup B) = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0,8$$

4. Diagramas em árvore

a) Moeda lançada 3 vezes.

Diagrama em árvore:

1.ª jogada: C (cara) ou P (coroa)

2.ª jogada: C ou P

3.ª jogada: C ou P

$\rightarrow$ 8 resultados: CCC, CCP, CPC, PCC, CPP, PCP, PPC, PPP

Cada resultado tem probabilidade $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

i) 3 caras (CCC): 1 resultado $\rightarrow P = \frac{1}{8}$

ii) Pelo menos 2 caras (CCC, CCP, CPC, PCC): 4 resultados $\rightarrow P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

iii) Nenhuma cara (PPP): 1 resultado $\rightarrow P = \frac{1}{8}$

b) Caixa: 4 verdes (V) + 2 azuis (A). 2 extrações sem reposição.

Diagrama em árvore:

$$1.^{\text{a}} \text{ extração: } V \frac{4}{6} \text{ ou } A \frac{2}{6}$$

$$\text{Se } 1.^{\text{a}} = V \left(\frac{4}{6} \right); 2.^{\text{a}} \rightarrow V \left(\frac{3}{5} \right) \text{ ou } A \left(\frac{2}{5} \right)$$

$$\text{Se } 1.^{\text{a}} = A \left(\frac{2}{6} \right); 2.^{\text{a}} \rightarrow V \left(\frac{4}{5} \right) \text{ ou } A \left(\frac{1}{5} \right)$$

Cálculos:

$$\text{i) Ambas verdes: } P(V,V) = \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\text{ii) Ambas azuis: } P(A,A) = \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

$$\text{iii) Uma de cada: } P(V,A) + P(A,V) = \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{30} + \frac{8}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

5. Problemas

a) Rifa: 100 bilhetes, compraste 5. Probabilidade de ganhar o 1.º prémio.

Cada bilhete tem igual probabilidade de ser sorteado.

Casos possíveis: 100 bilhetes.

Casos favoráveis: 5 bilhetes (os teus).

$$P(\text{ganhar}) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$$

b) Probabilidade de chover = 0,3. Probabilidade de não chover = ?

O acontecimento "não chover" é o complementar de "chover".

$$P(\text{não chover}) = 1 - P(\text{chover}) = 1 - 0,3 = 0,7 = 70\%$$

c) Múltipla escolha: 4 opções, 1 correta. Probabilidade de acertar ao calhas.

Casos possíveis: 4 opções.

Casos favoráveis: 1 opção correta.

$$P(\text{acertar}) = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Fórmulas importantes (resumo)

$$P(A) = \frac{n.^\circ \text{ casos favoráveis}}{n.^\circ \text{ casos possíveis}}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se A e B são disjuntos ($A \cap B = \emptyset$): $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dica: Num diagrama em árvore, a probabilidade de cada percurso é o **produto** das probabilidades dos ramos (regra do produto). A probabilidade de um acontecimento que corresponde a vários percursos é a **soma** das probabilidades desses percursos.