Pavimentações e padrões no plano

10.º Ano | Matemática B | 4 páginas | 12 exercícios

Competências que desenvolve: Calcular a amplitude dos ângulos internos de um polígono regular, reconhecer e classificar pavimentações regulares e semirregulares, determinar a área da região fundamental, analisar padrões do património e justificar por que figuras (não) pavimentam o plano.

Revisão rápida

- **Ângulo interno** do polígono regular de n lados: $(n - 2) \cdot 180° \div n$ — ex.: triângulo 60°, quadrado 90°, hexágono 120°.
- **Pavimentar** exige que os ângulos à volta de um ponto somem **360°** sem sobreposição — só triângulo, quadrado e hexágono regulares conseguem sozinhos.
- **Semirregular:** usa ≥ 2 figuras regulares com todos os vértices iguais (ex.: 2 octógonos + 1 quadrado = 270° + 90° = 360°).
- **Região fundamental:** menor região que, repetida por translações/rotações, gera todo o padrão.

Exercícios

1. Ângulo interno com (n − 2) · 180° ÷ n: a) pentágono regular __ b) hexágono regular __ c) octógono regular __ d) que polígono tem ângulo interno de 156°? __

2. Ângulo de volta: a) quantos graus «falta ao retângulo para a volta inteira»? (360 − 360? usa 360 ÷ 4) __ b) 360 ÷ 6 = __ c) 360 ÷ 5 = __ d) porque é que os ângulos à volta de um ponto têm de somar 360°? (1 frase)

3. Quem pavimenta sozinho? a) com que figuras regulares consegues tesselar o plano? b) por que razão o pentágono regular *não* pavimenta? (calcula 360 ÷ 108) c) quantos triângulos · quadrados · hexágonos se juntam num vértice? __ · __ · __

4. Vértice semirregular: 2 octógonos + 1 quadrado encontram-se num ponto. a) confirma a soma: 2 × 135° + 90° = __ b) esse vértice fecha sem lacunas? __ c) o padrão é regular ou semirregular? Porquê?

© 2026 Estudantices

5. Regular vs. semirregular: a) define cada um b) classifica: (i) só hexágonos → __ (ii) quadrados e triângulos misturados → __ (iii) só losangos iguais → __ c) o que é obrigatório em ambos?

6. Região fundamental: a) definição __ b) num pavimento de quadrados de aresta 1 m, qual é a área da região fundamental? __ c) com aresta 0,5 m? __ — e quantos quadrados de 0,5 m cabem em 1 m²? __

7. Calçada portuguesa: um azulejo quadrado tem aresta de 10 cm. a) área de cada azulejo __ b) quantos cabem em 1 m²? __ c) por que a escolha da unidade muda sempre o resultado? (1 frase)

8. Património e padrões: liga cada exemplo ao conceito: (auto-similaridade · simetrias na arte · construção por subdivisão) a) obra de M. C. Escher → __ b) triângulo de Sierpinski → __ c) floco de neve de Koch → __ — o que têm em comum b) e c)?

9. Área da região fundamental: um padrão é feito de triângulos equiláteros de aresta 6 cm. a) área de cada triângulo: $(\sqrt{3}/4) \cdot a^2$ (2 casas) __ b) e se a = 12 cm, quanto fica a área? (dica: quadruplica) __

© 2026 Estudantices

10. Transformações que geram padrões: a) que transformação leva um quadrado de um pavimento ao seu vizinho imediato? __ b) e num padrão circular à volta de um botão? __ c) qual destas é a base dos frisos? __

11. Rotação de motivos: a) que rotação mínima leva um hexágono regular a coincidir consigo? __ b) e um quadrado? __ c) um motivo com 8 pétalas num rosácea? __ — como se calcula? __

12. Produção: descreve em 3 frases um padrão do teu meio (calçada, azulejo, mosaico): que figuras o compõem, porque é que pavimenta (usa os 360°) e qual é a sua região fundamental.

© 2026 Estudantices

Soluções — Pavimentações e padrões

1. a) (5−2) · 180°/5 = **108°** b) (6−2) · 180°/6 = **120°** c) (8−2) · 180°/8 = **135°** d) (n−2)·180/n = 156 → 180n − 360 = 156n → 24n = 360 → **n = 15** (pentadécagono).

2. a) 360 ÷ 4 = **90°** b) **60°** c) **72°** d) (modelo) A volta completa de um ponto é um ângulo raso de 360° — se a soma for menor sobra lacuna, se for maior há sobreposição.

3. a) **triângulo, quadrado e hexágono** regulares b) 360 ÷ 108 = **3,33** — não dá número inteiro, logo sobram ou faltam graus c) triângulos **6** · quadrados **4** · hexágonos **3**.

4. a) 270° + 90° = **360°** b) **sim** — fecha exatamente c) **semirregular**: usa duas figuras regulares diferentes (embora o vértice feche).

5. a) regular: figuras regulares todas iguais e vértices iguais · semirregular: ≥ 2 figuras regulares, vértices todos iguais b) (i) **regular** (ii) **semirregular** (iii) **regular** (o losango aqui é a unidade repetida; se todos os vértices são iguais, é uniforme) c) (modelo) cobrir o plano sem lacunas nem sobreposições, com figuras fechadas.

6. a) (modelo) a menor unidade que, repetida, gera todo o padrão b) **1 m²** c) 0,5 × 0,5 = **0,25 m²** → 1 ÷ 0,25 = **4 quadrados** em 1 m² (2 por cada lado).

7. a) 10 × 10 = **100 cm²** b) 10 000 cm² ÷ 100 cm² = **100 azulejos** c) (modelo) A área conta-se na unidade usada — trocar de cm² para m² exige converter também o comprimento, não só o resultado.

8. a) **simetrias na arte** b) **construção por subdivisão** c) **auto-similaridade** — ambos b) e c) são fractais: versões reduzidas de si mesmos em qualquer escala.

9. a) ($\sqrt{3}/4$) × 36 = $9\sqrt{3}$ ≈ **15,59 cm²** b) ao duplicar a aresta a área quadruplica → ≈ **62,35 cm²**.

10. a) **translação** b) **rotação** c) a **translação** — é ela que faz o padrão avançar sem fim ao longo do friso.

11. a) 360 ÷ 6 = **60°** b) 360 ÷ 4 = **90°** c) 360 ÷ 8 = **45°** — divide-se 360 pelo número de repetições em volta do centro.

12. (modelo) A calçada em frente à estação é feita de quadrados pretos e brancos girados 45°, formando losangos. Pavimenta porque em cada vértice os ângulos das figuras somam exatamente 360°, sem deixar nem sobras nem sobreposições. A sua região fundamental é um losango — basta repeti-lo por translações nas duas direções para refazer todo o mosaico.

© 2026 Estudantices