Geometria analítica no plano e no espaço — Resumo

10.º Ano | Matemática B | 2 páginas

> **Resumo:** Referenciais e coordenadas · simetrias e ponto médio · declive e equação reduzida da reta · conjuntos de pontos e semiplanos · planos e retas paralelos aos eixos no espaço.

1. Referenciais e coordenadas

- **No plano:** referencial cartesiano ortogonal e monométrico — cada ponto tem (x, y); os eixos dividem o plano em 4 quadrantes.
- **No espaço:** referencial ortonormado — (x, y, z), com o terceiro eixo a dar a altura; exige mais visualização tridimensional.
- Sobre os eixos, uma coordenada é nula: em Oy, x = 0 · no plano xOy, z = 0.

2. Simetrias e ponto médio

- **Simetria em relação a Ox:** (x, y) → (x, −y) · **a Oy:** (x, y) → (−x, y) · **à origem:** (x, y) → (−x, −y).
- No espaço, a reflexão em relação a um *plano* coordenado troca o sinal da respetiva coordenada.
- **Ponto médio:** média das coordenadas dos extremos — vale no plano e no espaço.

3. A reta no plano

- **Declive** de A(x_1, y_1) e B(x_2, y_2): $m = (y_2 - y_1) \div (x_2 - x_1)$ — reta vertical não tem declive.
- **Equação reduzida:** $y = m \cdot x + n$, com n = ordenada na origem; passa por (x_0, y_0) ⟹ n = y_0 − m·x_0.
- Reta vertical: $x = x_0$ · horizontal: $y = n$.
- **Interseção de duas retas:** igualar as duas expressões de y e resolver (o ponto comum satisfaz as duas equações).
- **Com tecnologia:** folha de cálculo e AGD para obter declive, equação e interseções (pensamento computacional).

4. Conjuntos de pontos e condições

- Uma desigualdade (ex.: $y < -1$) define um **semiplano** — um dos lados da reta limite.
- **∧ (e)** = interseção dos dois conjuntos · **∨ (ou)** = união.
- Condições contraditórias (ex.: x > 2 ∧ x < 1) dão o **conjunto vazio**.

© 2026 Estudantices

5. Do plano para o espaço — a comparação

	No plano	No espaço
Ponto	(x, y)	(x, y, z)
Ponto médio	média das 2 coordenadas	média das 3 coordenadas
Simetria	em relação a um eixo (troca 1 sinal)	em relação a um plano (troca 1 sinal)
Objeto «plano»	—	fixa 1 coordenada: y = 5 é ∥ a xOz
Objeto «reta»	y = mx + n (1 equação)	fixa 2 coordenadas: {x = a, y = b} ∥ a Oz
Condições	semiplanos, ∧ e ∨	octantes e regiões análogas

6. Planos e retas no espaço

- **Plano paralelo a um plano coordenado** fixa **uma** coordenada: y = 5 (paralelo a xOz) · x = −3 (paralelo a yOz) · z = 0 (é o próprio xOy).
- **Reta paralela a um eixo** fixa **duas** coordenadas: ∥ a Oz → $\{x = a, y = b\}$ (z livre — é o que faz a reta estender-se na vertical).
- Um plano com duas variáveis (x + y = 2) é *inclinado* — não é paralelo a nenhum plano coordenado.
- **Modelação:** impressoras 3D, hidroponia, CAD/CAM, SIG e navegação usam coordenadas no espaço.

7. Pontos-chave

> **Para não esquecer:** m = Δy/Δx · y = mx + n com n = $y_0 - mx_0$ · interseção = sistema das duas equações · simetrias trocam sinais de coordenadas · ponto médio = média das coordenadas · no espaço: plano fixa 1 coordenada, reta fixa 2 · «z livre» = movimento ao longo de Oz · condições com ∧/∨ e o caso do conjunto vazio.