Funções inversas e funções com radicais

10.º Ano | Matemática B | 4 páginas | 12 exercícios

Competências que desenvolve: Aplicar o teste da reta horizontal, determinar quando uma função é invertível, encontrar e verificar inversas de funções afins, estudar funções com radicais quadráticos e cúbicos (domínio e imagem) e resolver equações e inequações graficamente.

Revisão rápida

- **Teste da reta horizontal:** nenhuma reta horizontal pode cortar o gráfico em dois pontos — se cortar, a função *não* é invertível.
- **Inversa:** troca imagem e pré-imagem — $f^{-1}(f(x)) = x$; o gráfico de f^{-1} é o de f refletido em relação à **bissetriz dos quadrantes ímpares** (y = x).
- **Domínio de f^{-1}** = imagem de f · contradomínio de f^{-1} = domínio de f.
- **Radicais:** $\sqrt{(\ldots)}$ exige argumento ≥ 0 (domínio limitado) · $\sqrt[3]{(\ldots)}$ aceita qualquer real (domínio todo $\mathbb{R}$).

Exercícios

1. Teste da reta horizontal — V/F (justifica): a) «f(x) = x², definida em $\mathbb{R}$, tem inversa.» __ b) «g(x) = 2x − 3 tem inversa.» __ c) «h(x) = x³ tem inversa.» __ — em (a), que reta horizontal corta duas vezes?

2. $f(x) = 2x - 3$. a) escreve $f^{-1}(x)$ __ b) calcula $f^{-1}(5)$ __ c) calcula f(4) e conclui d) verifica $f(f^{-1}(5)) = 5$

3. $f: [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$. a) imagem de f __ b) escreve $f^{-1}(x)$ __ c) domínio de f^{-1} __ d) $f^{-1}(9)$ = __

4. O gráfico de f passa por (2, 5). a) por onde passa o gráfico de f^{-1}? __ b) que reta é o eixo de simetria entre os dois gráficos? __ c) confirma com f(x) = 2x + 1: f(2) = __ e $f^{-1}(5)$ = __

© 2026 Estudantices

5. $f(x) = \sqrt{(x - 1)}$. a) domínio __ b) f(5) = __ c) f(10) = __ d) porque é que o gráfico «começa» em (1, 0)? (1 frase)

6. $g(x) = \sqrt[3]{x}$. a) domínio __ b) g(−8) = __ c) g(27) = __ d) porque é que a raiz cúbica aceita valores negativos e a quadrada não? (1 frase)

7. Soluções gráficas (de $\sqrt{(x - 1)}$ contra a reta correspondente): a) $\sqrt{(x - 1)} = 3 \rightarrow x =$ __ b) $\sqrt{(x - 1)} < 2 \rightarrow$ __ c) indica o método: elevar os dois membros ao quadrado exige que __

8. Modelação: a área de um círculo é $A = \pi \cdot r^2$. a) escreve r como função de A: r(A) = __ b) r para A = 50π (2 casas) __ c) r para A = 200π (2 casas) __ d) domínio desta função __

9. $f(x) = 3x + 4$. a) $f^{-1}(x) =$ __ b) $f^{-1}(10) =$ __ c) f(2) = __ d) o que demonstram juntos? (1 frase)

© 2026 Estudantices

10. V/F (justifica): a) «Uma função é invertível se cada valor-imagem tiver um único pré-imagem.» __ b) «O domínio de f^{-1} é a imagem de f.» __ c) «Toda a função definida em $\mathbb{R}$ tem inversa.» __

11. Comparar $s(x) = x^2$ (com $x \geq 0$) e $t(x) = \sqrt{x}$. a) que relação têm? __ b) o ponto (4, 16) está no gráfico de s — por onde passa o de t? __ c) qual cresce mais depressa para x grande? __

12. Produção: explica a um colega, em 3 frases, o que é uma função inversa e como a encontras graficamente — inclui a bissetriz e um exemplo numérico (podes usar o ex. 2 ou 4).

© 2026 Estudantices

Soluções — Funções inversas e radicais

1. a) **F** — a reta horizontal y = 1 corta em (1, 1) e (−1, 1) b) **T** — é uma reta: qualquer y corta uma única vez c) **T** — cresce sempre, sem voltas.

2. a) $y = 2x - 3 \Longrightarrow x = (y + 3)/2$ → $\mathbf{f^{-1}(x) = (x + 3)/2}$ b) (5 + 3)/2 = **4** c) f(4) = 8 − 3 = **5** → trocam-se domínio e imagem ✓ d) f(4) = 5 ✓.

3. a) **[0, +∞)** (x^2 com x ≥ 0 nunca é negativo) b) $\mathbf{f^{-1}(x) = \sqrt{x}}$ c) **[0, +∞)** d) **3**.

4. a) **(5, 2)** b) a bissetriz **y = x** c) f(2) = **5** · $f^{-1}(5)$ = (5 + 1)/2 = **2** ✓ (com f(x) = 2x + 1).

5. a) **[1, +∞)** b) $\sqrt{4}$ = **2** c) $\sqrt{9}$ = **3** d) (modelo) Porque 1 é o menor valor que anula o argumento — para x < 1 não há raiz real.

6. a) $\mathbb{R}$ (todos os reais) b) **−2** c) **3** d) (modelo) O cubo de um negativo é negativo, e existe um número real cujo cubo é −8; ao quadrado isso nunca acontece $(-2)^2 = 4$.

7. a) elevar ao quadrado: x − 1 = 9 → **x = 10** b) x − 1 < 4 e x ≥ 1 → **1 ≤ x < 5** c) … **o membro da direita também for ≥ 0** (e guardar sempre a condição do domínio).

8. a) $\mathbf{r(A) = \sqrt{(A/\pi)}}$ b) $\sqrt{50} \approx$ **7,07** c) $\sqrt{200} \approx$ **14,14** d) **A ≥ 0**.

9. a) **(x − 4)/3** b) (10 − 4)/3 = **2** c) 3 × 2 + 4 = **10** d) (modelo) Uma anula a outra: f^{-1} desfaz o que f faz, que é a própria definição de inversa.

10. a) **V** — é exatamente a condição de bijeção sobre a imagem b) **V** — só os valores atingidos é que podem voltar para trás c) **F** — x^2 não é invertível em $\mathbb{R}$ (falha o teste da reta horizontal).

11. a) são **inversas** uma da outra (no domínio indicado) b) **(16, 4)** — trocam-se as coordenadas c) $\mathbf{s(x) = x^2}$ — ao quadrar, 16 dá 256, enquanto $\sqrt{16} = 4$.

12. (modelo) A inversa é a função que «desfaz» a original, trocando cada imagem com o seu pré-imagem. Graficamente, reflete-se o gráfico de f na bissetriz y = x, porque os pontos (a, b) e (b, a) são simétricos dessa reta. Por exemplo, se f(x) = 2x − 3 leva 4 para 5, a inversa leva 5 para 4 (ex. 2).

© 2026 Estudantices