Funções — generalidades e polinomiais de grau ≤ 3

10.º Ano | Matemática B | 4 páginas | 12 exercícios

Competências que desenvolve: Aplicar o teste da reta vertical, determinar domínio, contradomínio e pontos notáveis, construir tabelas de variação de sinal e de monotonia, resolver equações e inequações do 2.º grau pela fórmula resolvente e estudar polinomiais de grau até 3 — com um algoritmo em Python (pensamento computacional).

Revisão rápida

- **Função:** cada valor do domínio tem *um só* valor-imagem — **teste da reta vertical**: nenhuma reta vertical pode cortar o gráfico em dois pontos.
- **Pontos notáveis:** interseção com Oy (f(0)), com Ox (raízes), extremos e extremidades do domínio.
- **Quadrática:** $ax^2 + bx + c$, Δ = b² − 4ac, fórmula resolvente $x = (-b \pm \sqrt{\Delta}) \div 2a$, vértice em x = −b/2a.
- **Tabelas:** sinal de f (positiva/negativa) e monotonia (crescente/decrescente) — leem-se diretamente do gráfico.

Exercícios

1. No gráfico de $x = y^2$, a reta vertical x = 1 corta o gráfico em quantos pontos? __ a) isso cumpre o teste da reta vertical? __ b) o gráfico representa uma função de x? __ c) enuncia o teste.

2. Domínio: a) f(x) = √(x − 2) → __ b) g(x) = 1/(x − 3) → __ c) h: ℝ → ℝ com h(x) = x²: domínio __ · contradomínio __ · imagem __

3. $f(x) = x^2 - 5x + 6$. a) resolve f(x) = 0 → raízes __ b) interseção com Ox: pontos __ c) interseção com Oy: __ d) sinal de f para x = 10 (usando a): __

4. $g(x) = x^2 - 4x + 3$. a) vértice: abscissa __ · ordenada __ · é máximo ou mínimo? b) raízes __ c) onde é decrescente? __ onde crescente? __ d) sinal: g > 0 para __ · g < 0 para __

© 2026 Estudantices

5. $y = -2x + 6$. a) zero da função __ b) sinal: y > 0 para __ · y < 0 para __ c) a função é crescente ou decrescente? __ — como se vê na equação?

6. Fórmula resolvente: $2x^2 - 5x - 3 = 0$. a) Δ = __ b) raízes: x_1 = __ · x_2 = __ c) confirma substituindo cada raiz.

7. Inequações (usa as raízes do ex. 3): a) $x^2 - 5x + 6 > 0$ → __ b) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ → __ c) porque é que as soluções ficam «fora» ou «dentro» do intervalo das raízes? (1 frase)

8. $h(x) = x^3 - 3x$ (estudo intuitivo com tecnologia). a) h(0) = __ b) h(1) = __ · h(−1) = __ c) onde se anula? (2 casas) __ d) que «vales e montes» revelam b) e c)?

9. $p(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$. a) grau __ · termo independente __ b) interseção com Oy __ c) verificando: p(−1) = __ · p(1) = __ · p(2) = __ d) conclui as três raízes.

© 2026 Estudantices

10. Algoritmo (pensamento computacional):

```
import math
a, b, c = 2, -5, -3
d = b*b - 4*a*c
x1 = (-b + math.sqrt(d)) / (2*a)
x2 = (-b - math.sqrt(d)) / (2*a)
print(x1, x2)
```

a) o que é impresso __ b) o que é que **d** representa e porque condiciona as raízes? c) com `a, b, c = 1, 2, 5`, o que acontece a **d**? (calcula-o) __

11. Comparação de crescimento: $u(x) = 2x - 1$ e $q(x) = x^2$. a) u(10) = __ · q(10) = __ b) qual cresce mais depressa para x grande? __ c) porque é que uma reta nunca «acompanha» uma parábola? (1 frase)

12. Produção: escreve em 3 frases a ordem que segues para estudar uma função a partir do gráfico: domínio, interseções, extremos e depois tabelas de sinal e de monotonia — justifica cada passo.

© 2026 Estudantices

Soluções — Funções: generalidades e polinomiais

1. Dois pontos: (1, 1) e (1, −1). a) **não** — a reta vertical x = 1 corta em 2 pontos b) **não** — x = 1 tem dois valores-imagem c) (modelo) Uma função exige que cada x tenha um único y; se alguma reta vertical cortar o gráfico duas vezes, não é função.

2. a) **[2, +∞)** — o que está sob a raiz tem de ser ≥ 0 b) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ — o denominador não pode anular-se c) domínio $\mathbb{R}$ · contradomínio $\mathbb{R}$ · imagem **[0, +∞)**.

3. a) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$ → **2 e 3** b) **(2, 0)** e **(3, 0)** c) f(0) = 6 → **(0, 6)** d) f(10) = 100 − 50 + 6 = **56 > 0** — positiva fora do intervalo das raízes.

4. a) x = 4/2 = **2** · g(2) = 4 − 8 + 3 = **−1** → **mínimo** b) **1 e 3** c) decrescente em **(−∞, 2]** · crescente em **[2, +∞)** d) g > 0 para **x < 1 ou x > 3** · g < 0 para **1 < x < 3**.

5. a) 0 = −2x + 6 → **x = 3** b) y > 0 para **x < 3** · y < 0 para **x > 3** c) **decrescente** — o declive (−2) é negativo.

6. a) Δ = 25 − 4 × 2 × (−3) = 25 + 24 = **49** b) x = (5 ± 7)/4 → $\mathbf{x_1 = 3}$ · $\mathbf{x_2 = -0{,}5}$ c) 2 × 9 − 15 − 3 = 0 ✓ · 2 × 0,25 + 2,5 − 3 = 0 ✓.

7. a) **x < 2 ou x > 3** b) **2 ≤ x ≤ 3** c) (modelo) A parábola é voltada para cima: fica acima do eixo Ox fora das raízes e por baixo entre elas.

8. a) **0** b) h(1) = **−2** · h(−1) = **2** c) $x(x^2 - 3) = 0$ → **0, 1,73 e −1,73** d) (modelo) Há um máximo local em x = −1 e um mínimo local em x = 1 — é o «S» típico das cúbicas.

9. a) grau **3** · termo independente **2** b) **(0, 2)** c) p(−1) = **0** · p(1) = **0** · p(2) = **0** d) logo as raízes são exatamente **−1, 1 e 2**.

10. a) `3.0 -0.5` b) Δ = b² − 4ac — se for negativo não existe raiz real (a expressão envolve √Δ); se for nulo, uma raiz dupla c) d = 4 − 20 = **−16** → **não há raízes reais** e o programa daria erro em `math.sqrt`.

11. a) u(10) = **19** · q(10) = **100** b) **q(x)**, a quadrática c) (modelo) A reta cresce a passo constante (declive fixo) enquanto a quadrática multiplica x por si própria — a diferença amplia-se sem limite.

12. (modelo) Começo pelo domínio, porque define onde a função existe e quais são os extremos possíveis. Depois as interseções (com Ox e Oy), porque dão o sinal e a posição do gráfico. Só depois os extremos e as tabelas de sinal e monotonia, que se leem do gráfico já situado — sem eles, a tabela seria palpite.

© 2026 Estudantices