

Álgebra — Propriedades das operações em algoritmos alternativos — Ficha

4.º Ano

Matemática

3 páginas

Competências que desenvolve: Reconhecer a utilização das propriedades das operações em algoritmos alternativos e descrever os seus processos de construção, desenvolvendo o pensamento computacional; descrever, por palavras, os passos de um algoritmo e repeti-los sempre da mesma maneira; comparar algoritmos diferentes para a mesma operação, identificando as propriedades usadas; explicar e justificar as decisões e discutir a razoabilidade dos resultados.

Como fazer: um **algoritmo** é uma sequência de passos que se descrevem por palavras e se podem repetir sempre da mesma maneira. As propriedades das operações permitem construir algoritmos *diferentes* para a mesma operação. O **método egípcio** multiplica por duplicações sucessivas — 23×1 , 23×2 , 23×4 , 23×8 — e depois escreve o multiplicador como soma desses números: $23 \times 12 = 23 \times (8 + 4) = 23 \times 8 + 23 \times 4 = 184 + 92$. Usa a propriedade **associativa** nas duplicações e a **distributiva** na soma final. Outros atalhos assentam nas mesmas propriedades: multiplicar por 5 é multiplicar por 10 e dividir por 2, porque $5 = 10 : 2$.

1. O método egípcio usa duplicações sucessivas. Completa e calcula 23×12 .

$$23 \times 1 = 23 \quad 23 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 23 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 23 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

a) Como $12 = 8 + 4$, então $23 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Verifica com uma decomposição: $23 \times 12 = 23 \times (10 + 2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Usa o método egípcio para calcular 34×25 .

$$34 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 34 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 34 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 34 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 34 \times 16 = \underline{\hspace{2cm}}$$

a) Decompõe o multiplicador: $25 = 16 + 8 + \underline{\hspace{2cm}}$

b) $34 \times 25 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Os atalhos do 5 e do 25. Multiplicar por 5 é multiplicar por 10 e dividir por 2; multiplicar por 25 é multiplicar por 100 e dividir por 4.

a) $46 \times 5 = 46 \times 10 : 2 = \underline{\hspace{2cm}} : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $34 \times 25 = 34 \times 100 : 4 = \underline{\hspace{2cm}} : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) Explica por que razão estes atalhos funcionam. → _____

4. Identifica, em cada igualdade, a propriedade das operações que foi usada.

a) $7 \times 12 = 7 \times 10 + 7 \times 2 \rightarrow$ _____ b) $4 \times 15 = 15 \times 4 \rightarrow$ _____

c) $(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5) \rightarrow$ _____ d) $12 \times 4 = 12 \times 2 \times 2 \rightarrow$ _____

5. O método egípcio tem sempre os mesmos passos.

Passo 1: escrever as duplicações de um dos fatores ($\times 1$, $\times 2$, $\times 4$, $\times 8$, $\times 16$, ...). Passo 2: escrever o outro fator como soma desses números. Passo 3: somar as duplicações correspondentes.

- a) Usa os três passos para calcular 17×20 . $\rightarrow$ _____
- b) Que duas operações se usam neste método? $\rightarrow$ _____
- c) Confirma com uma estimativa: $17 \times 2 =$ ____ e 17×20 tem mais um zero $\rightarrow$ ____

6. Compara dois algoritmos para o mesmo produto: 46×28 .

Algoritmo A (convencional): $46 \times 28 = (46 \times 20) + (46 \times 8) = 920 + 368 = 1288$

Algoritmo B (egípcio): $46 \times 1 = 46$; $46 \times 2 = 92$; $46 \times 4 = 184$; $46 \times 8 = 368$; $46 \times 16 = 736$. Como $28 = 16 + 8 + 4$, então $46 \times 28 = 736 + 368 + 184 = 1288$.

- a) Os dois algoritmos dão o mesmo resultado? $\rightarrow$ ____
- b) Qual dos dois te parece mais rápido *neste caso*? Explica a tua escolha.

7. Liga cada igualdade à propriedade que ela mostra.

Igualdade	$25 \times 4 = 4 \times 25$ ____	$25 \times 4 = 25 \times 2 \times 2$ ____	$25 \times 14 = 25 \times 10 + 25 \times 4$ ____
Propriedade	a) associativa	b) distributiva	c) comutativa

8. Verdadeiro ou Falso. Corrige as falsas.

- a) No método egípcio só se usam duplicações (multiplicações por 2) e adições. $\rightarrow$ ____
- b) Um algoritmo é uma sequência de passos que se pode descrever por palavras. $\rightarrow$ ____
- c) As propriedades das operações permitem criar algoritmos diferentes do convencional. $\rightarrow$ ____
- d) Só existe um algoritmo correto para cada operação. $\rightarrow$ ____

9. Descobre e corrige o erro.

A Rita usou o método egípcio para calcular 15×6 e escreveu: $15 \times 1 = 15$; $15 \times 2 = 30$; $15 \times 4 = 60$; logo $15 \times 6 = 60 + 30 + 15 = 105$.

- a) Onde está o erro? $\rightarrow$ _____ b) Corrige e escreve o resultado certo. $\rightarrow$ _____

Soluções

1. $23 \times 2 = 46$; $23 \times 4 = 92$; $23 \times 8 = 184$. a) $184 + 92 = 276$. b) $230 + 46 = 276$ — o resultado é o mesmo.
2. 34; 68; 136; 272; 544. a) $25 = 16 + 8 + 1$. b) $544 + 272 + 34 = 850$.
3. a) $460 : 2 = 230$. b) $3400 : 4 = 850$. c) Porque $5 = 10 : 2$ e $25 = 100 : 4$: multiplicar por 10 e dividir por 2 dá o mesmo que multiplicar por 5, e multiplicar por 100 e dividir por 4 dá o mesmo que multiplicar por 25.
4. a) distributiva da multiplicação em relação à adição b) comutativa c) associativa d) associativa — escrever 4 como 2×2 não altera o produto.
5. a) $17 \times 1 = 17$; $17 \times 2 = 34$; $17 \times 4 = 68$; $17 \times 8 = 136$; $17 \times 16 = 272$. Como $20 = 16 + 4$, então $17 \times 20 = 272 + 68 = 340$. b) Multiplicações por 2 (duplicações) e adições. c) $17 \times 2 = 34$ e $17 \times 20 = 340$.
6. a) Sim, os dois dão 1288. b) Resposta pessoal. Exemplo: o algoritmo A, porque 28 não é uma soma de poucas duplicações e obriga a somar três produtos; o algoritmo B seria mais rápido se o multiplicador fosse uma potência de 2, como 32. c) A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, que permite decompor o multiplicador numa soma e multiplicar por cada parcela, e a propriedade associativa, que sustenta as duplicações.
7. $25 \times 4 = 4 \times 25 \rightarrow$ c) ; $25 \times 4 = 25 \times 2 \times 2 \rightarrow$ a) ; $25 \times 14 = 25 \times 10 + 25 \times 4 \rightarrow$ b).
8. a) V b) V c) V d) F — para a mesma operação pode haver vários algoritmos corretos; as propriedades das operações permitem construí-los e compará-los.
9. a) A Rita somou também a duplicação 15×1 , mas $6 = 4 + 2$ e não $4 + 2 + 1$. b) $15 \times 6 = 60 + 30 = 90$. Verificação: $15 \times 6 = 15 \times (4 + 2) = 60 + 30 = 90$. ✓