

Álgebra — Resumo

3.º Ano

Matemática

2 páginas

Resumo: as sequências de repetição e o grupo de repetição; prever termos não visíveis de ordens distantes; as sequências de crescimento e a regra de formação; os múltiplos e as conjecturas; as expressões numéricas equivalentes e as igualdades aritméticas verdadeiras e falsas; comparar expressões com $>$, $<$ e $=$ pela sua estrutura; as conjecturas sobre relações numéricas e a paridade; a relação de dependência entre quantidades e as situações com variação; a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

1. Sequências de repetição e o grupo de repetição

- Numa **sequência de repetição** há um bloco de termos que volta sempre: $\blacktriangle \bigcirc \bigcirc \blacktriangle \bigcirc \bigcirc \blacktriangle \bigcirc \bigcirc \dots$
- O **grupo de repetição** é o **menor bloco que se repete** — neste caso, $\blacktriangle \bigcirc \bigcirc$ (3 termos).
- Para **prever um termo distante** não é preciso desenhar a sequência toda: divide-se a **ordem** do termo pelo **número de termos do grupo**.
- O **resto** dessa divisão diz qual é o termo dentro do grupo. Numa sequência com grupo de 4 termos, o 18.º termo é o 2.º do grupo, porque $18 : 4$ dá resto 2.
- Quando o **resto é 0**, o termo pedido é o **último do grupo**.
- A ordem manda: podem ser uns os termos de ordem par e outros os de ordem ímpar, ou de um tipo os múltiplos de 4 e de outro os restantes.
- Descrever, em linguagem natural, a **regra de formação** e justificar a previsão é parte da resposta.

2. Sequências de crescimento e a regra de formação

- Numa **sequência de crescimento** os termos aumentam (ou diminuem) sempre segundo a mesma regra: 3, 5, 7, 9, ... (mais 2 de cada vez).
- A **regra de formação** descreve o que se faz de um termo para o seguinte.
- Há uma **correspondência entre a ordem e o termo**: na sequência 3, 5, 7, 9, ... o termo é sempre o dobro da ordem mais 1 ($2 \times \text{ordem} + 1$).
- É essa correspondência que permite **prever um termo não visível** (o 10.º termo é $2 \times 10 + 1 = 21$) e **justificar** a previsão.
- Também se podem **criar e modificar sequências**, dando-lhes uma nova regra de formação e verificando se os termos seguintes a respeitam.

3. Múltiplos

- Os **múltiplos** de um número obtêm-se multiplicando-o pelos números naturais: 5, 10, 15, 20, 25, ... são os múltiplos de 5.
- Um número é **múltiplo** de outro quando o resultado da divisão por esse outro é exato: 20 é múltiplo de 4, porque $20 : 4 = 5$.
- Num **quadro de números** em que se assinalam os múltiplos aparecem **padrões** — colunas e diagonais — que ajudam a conjecturar.
- Não se confunde **múltiplo** com **divisor**: 20 é múltiplo de 4, e 4 é divisor de 20.
- Os múltiplos servem para **formular e testar conjecturas**: «serão todos os múltiplos de 4 também múltiplos de 2?» (sim, porque 4 é múltiplo de 2).

4. Expressões numéricas equivalentes e igualdades aritméticas

- Duas expressões numéricas são **equivalentes** quando dão o **mesmo resultado**, mesmo que se escrevam de outra maneira: $7 \times 8 = 6 \times 8 + 8$; $9 \times 8 - 8 \times 4 = 5 \times 8$.
- Uma **igualdade aritmética** pode ser **verdadeira** ($7 \times 5 = 35$) ou **falsa** ($6 \times 7 = 45$). Para decidir, verifica-se cada lado por separado.
- Quando a igualdade é falsa, **corrige-se** com o valor certo: $6 \times 7 = 42$.
- **Completar igualdades** é encontrar o número em falta: $8 \times 6 = ____ + 8 \rightarrow$ o espaço vale 40.
- As expressões envolvem a adição, a subtração e a multiplicação; olhar para a **estrutura** evita cálculos desnecessários.

5. Comparar expressões com >, < e =

- Comparar expressões é dizer qual é maior, qual é menor ou se são iguais, **focando a estrutura** e justificando **sem efetuar todos os cálculos**.
- Mesmo fator, outro fator diferente: $5 \times 11 > 5 \times 8$, porque 11 é maior do que 8.
- Mesmo fator, multiplicador diferente: $4 \times 11 < 5 \times 11$, porque há menos grupos.
- Expressões escritas de outra forma: $5 \times 8 + 5 \times 2 = 5 \times 10$, pela propriedade distributiva.
- Comparar pelo **número de grupos e pelo tamanho de cada grupo** é mais rápido e mostra que se compreendeu a multiplicação.

6. Conjeturas sobre relações numéricas e a relação de dependência

- **Conjeturar** é afirmar algo que se julga verdadeiro e depois **testar em vários casos**, aperfeiçoando a ideia se for preciso.
- Exemplo: «A soma de dois números pares é sempre par?» Testa-se: $2 + 4 = 6$, $10 + 8 = 18$, $12 + 20 = 32$ — a conjectura aguenta-se.
- Também ímpar + ímpar dá par ($3 + 5 = 8$), mas **par + ímpar dá ímpar** ($4 + 5 = 9$). É a **paridade** das parcelas que decide a paridade do resultado.
- Uma **relação de dependência** liga duas quantidades: o preço depende do número de bilhetes; a distância percorrida depende do tempo.
- Quando uma das quantidades muda, a outra muda de forma previsível — é uma situação com **variação**.
- Representa-se com desenhos, esquemas e **tabelas de duas entradas**, e descreve-se a relação em linguagem natural.

7. A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

- A **propriedade distributiva** diz que **multiplicar um número por uma soma é o mesmo que multiplicar esse número por cada parcela e depois somar os resultados**.
- Exemplo: $12 \times 7 = 12 \times (5 + 2) = 12 \times 5 + 12 \times 2 = 60 + 24 = 84$.
- Em linguagem natural: «em vez de multiplicar por 7 de uma vez, parto o 7 em $5 + 2$ e multiplico por cada parte».
- Serve para **calcular mentalmente**: $8 \times 7 = 8 \times 5 + 8 \times 2 = 40 + 16 = 56$.
- Verifica-se em vários casos particulares antes de se aceitar como regra geral.

Tabela comparativa: as propriedades das operações

Propriedade	O que diz	Exemplo
Comutatividade	A ordem dos termos não altera o resultado — vale para a adição e para a multiplicação.	$7 + 5 = 5 + 7$ · $4 \times 6 = 6 \times 4$
Associatividade	Pode-se agrupar os termos de outra maneira, sem mudar o resultado.	$(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$
Elemento neutro	É o número que deixa o outro igual: na adição é o 0, na multiplicação é o 1.	$9 + 0 = 9$ · $9 \times 1 = 9$
Elemento absorvente	É o número que «absorve» o resultado: na multiplicação, tudo o que se multiplica por 0 dá 0.	$25 \times 0 = 0$
Distributiva	Multiplicar por uma soma é multiplicar por cada parcela e somar os resultados.	$12 \times 7 = 12 \times 5 + 12 \times 2$

8. Pontos-chave

Para não esquecer: o grupo de repetição é o menor bloco que se repete · para prever um termo, divide-se a ordem pelo número de termos do grupo e usa-se o resto · resto 0 é o último termo do grupo · numa sequência de crescimento há correspondência entre a ordem e o termo · a tabuada de um número dá os seus múltiplos · expressões equivalentes dão o mesmo resultado · uma igualdade pode ser verdadeira ou falsa e corrige-se com o valor certo · comparar expressões faz-se pela estrutura, sem calcular tudo · par + par dá par, ímpar + ímpar dá par e par + ímpar dá ímpar · numa relação de dependência, uma quantidade muda em função da outra · a propriedade distributiva transforma 12×7 em $12 \times 5 + 12 \times 2$.