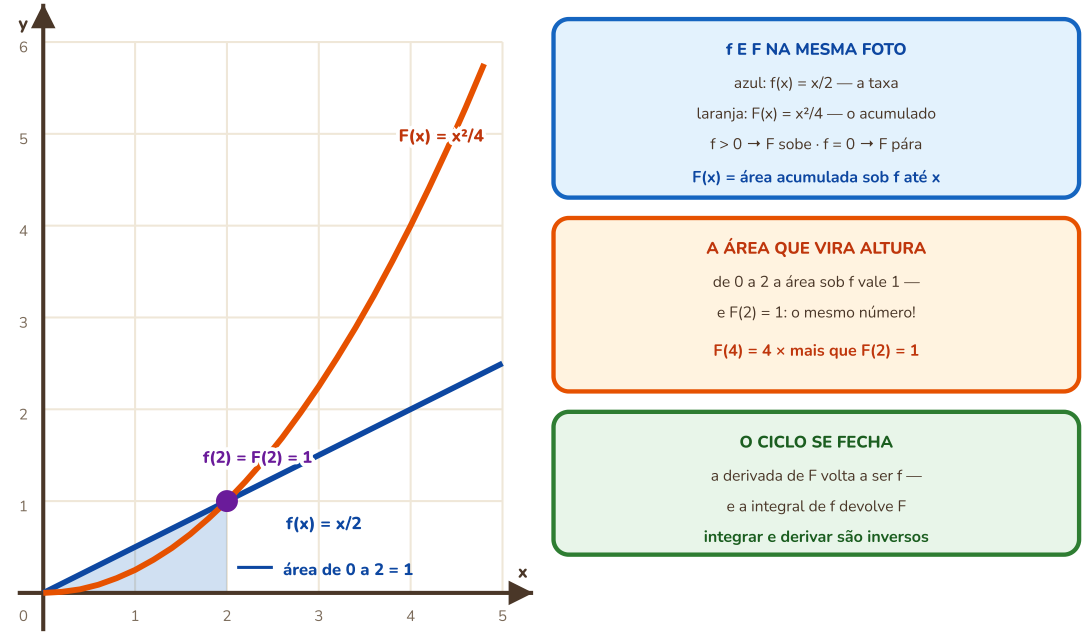
Primitiva e derivada no mesmo gráfico

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Distinguir a função da sua primitiva pelo desenho, ligar a área sob f à ordenada de F e ler onde F sobe, pára ou desce.

A área sob a reta vira altura na curva — F(x) é a memória do que f já acumulou



f diz o ritmo, F diz o total — e a área liga os dois: cada ordenada de F é a área que f deixou para trás

esquema didático · f(x) = x/2 · F(x) = x²/4 · área(0→2) = 1 = F(2) · F(4) = 4 · a triângulo conta a área

Figura G17 — f e F juntas: a área sob a taxa é a altura da primitiva.

© 2026 Estudantices

Exercícios

1. Quem é quem (Figura G17): qual das duas curvas é f e qual é F? O que cada uma conta — e porque se reconhece pela forma?

2. Área vira altura: confirma que a área do triângulo azul (0 a 2) vale 1 — e compara com F(2) = 1. Porque é que os dois números são iguais?

3. Subida e paragem: onde é que F sobe? E o que acontece em x = 0, onde f vale 0? Lê a relação f > 0 ↔ F crescente na figura.

4. A escala do acumulado: F(4) = 4 e F(2) = 1 — porque é que dobrar x QUADRIPLICA F (e não dobra)? Lê a curva laranja.

5. V/F (Figura G17) — justifica as falsas: a) «F(2) = 1.» ( ) b) «A área sob f de 0 a 2 vale 2.» ( ) c) «F é a reta azul.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que dizemos que integrar e derivar são «inversos»? Liga a taxa (f), o total (F) e a área da figura.

© 2026 Estudantices

Soluções — Primitiva e derivada no gráfico

1. f é a reta azul (cresce a ritmo constante — é a taxa) e **F é a parábola laranja** (sobe cada vez mais depressa — é o acumulado). Reconhecem-se pela forma: função linear dá área quadrática; e a caixa lembra: F(x) = área acumulada sob f até x.

2. O triângulo azul tem base 2 e altura f(2) = 1 → área = ½ × 2 × 1 = **1**. E F(2) = $2^2/4$ = **1** — iguais porque **F(x) é, por definição, a área acumulada sob f** (aqui com a constante nula): a conta geométrica e a conta algébrica são a mesma coisa vista de dois lados.

3. F sobe **em todo o eixo positivo**: f > 0 (a reta está acima do eixo para x > 0), logo a área continua a crescer e F sobe. Em **x = 0**, f = 0 — o ritmo pára um instante e é exatamente onde a parábola F toca o seu ponto mais baixo (o declive de F é nulo ali: a tangente de F é horizontal).

4. Porque F **não é linear**: F(x) = $x^2/4$ é quadrática, e num quadrado dobrar o lado QUADRIPLICA a área. Por contas: F(4) = 16/4 = **4** · F(2) = 4/4 = **1** → 4 vezes mais, nunca 2 — a acumulação cresce ao quadrado porque a taxa (f) também está a crescer.

5. a) **V** — $2^2/4$ = 1, como a área mostra b) **F** — vale **1** (½ × 2 × 1), não 2 c) **F** — F é a **parábola laranja**; a reta azul é f.

6. Porque são processos que **se desfazem um ao outro**: derivar F devolve a taxa f (o declive de F é a altura de f), e integrar f devolve a área que se acumula — que é F. Na figura vê-se o pacto: a área azul (integração) é o que dá a altura da laranja (F), e a inclinação da laranja (derivação) devolve a reta azul (f). É esta inversão que o Teorema Fundamental do Cálculo formaliza — e é o que usamos na ficha 28.

Nota de correção: área(0→2) = 1 = F(2) · F(4) = 4 (quadrático) · f = 0 → F em extremo · derivar ∘ integrar = identidade.

© 2026 Estudantices