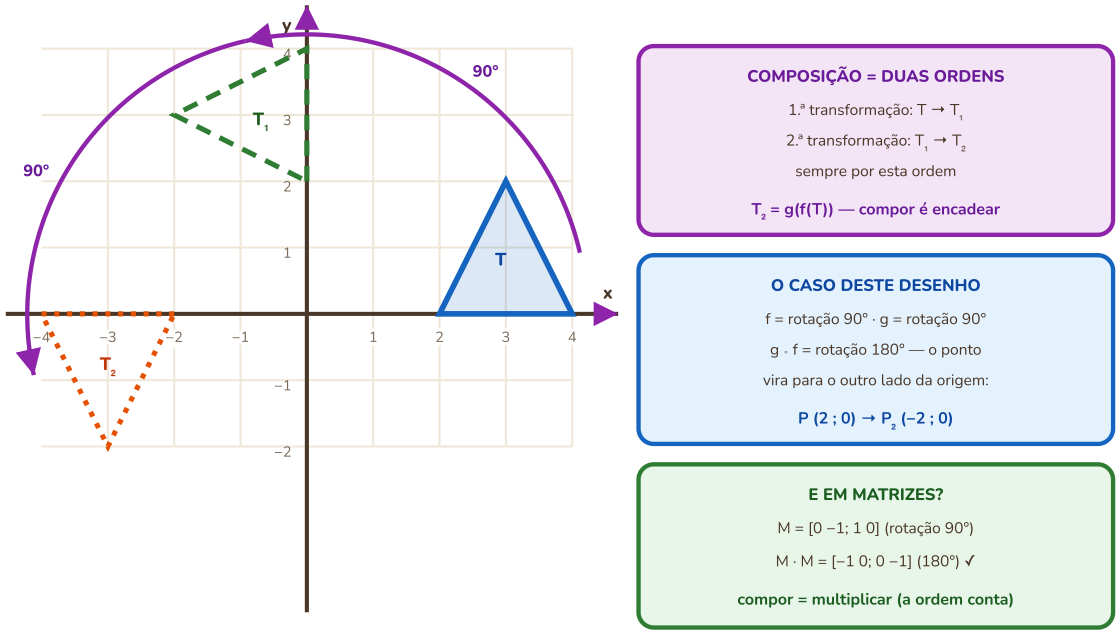
Composição de transformações no plano

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Encadear duas transformações pela ordem certa, verificar a composição ponto a ponto e ligá-la ao produto das matrizes.

Aplica, aplica outra vez — e as duas rotações dão um giro de 180°



compor é encadear — e isometrias compostas continuam a preservar o tamanho: T, T_1 e T_2 são congruentes

esquema didático · T azul → T_1 verde (90°) → T_2 laranja (180°) · rotação 90°: (x ; y) → (−y ; x) · vértices de T: P(2 ; 0), Q(4 ; 0), R(3 ; 2)

Figura G20 — Composição: duas rotações de 90° encadeadas dão 180°.

Exercícios

1. As etapas (Figura G20): identifica T, T_1 e T_2 — que rotação faz cada arco roxo? E em que ordem se aplicam?

2. Primeira rotação: com T de vértices P (2 ; 0), Q (4 ; 0) e R (3 ; 2), aplica (x ; y) → (−y ; x) a R — confirma (−2 ; 3) e localiza-o no T_1.

3. Segunda rotação: aplica a mesma regra ao ponto resultante (−2 ; 3) — confirma (−3 ; −2), que é o R_2 do T_2.

4. 180° de uma vez: aplica (x ; y) → (−x ; −y) a P (2 ; 0) — confirma P_2 (−2 ; 0). E confirma que M · M dá exatamente essa matriz.

5. V/F (Figura G20) — justifica as falsas: a) «g ∘ f é uma rotação de 180°.» ( ) b) «A composição das duas rotações dá 90°.» ( ) c) «Na composição, a ordem das transformações não importa.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que o produto das matrizes codifica a composição? E o que se herda das isometrias quando se compõem?

© 2026 Estudantices

Soluções — Composição de transformações

1. T (azul) é a figura de partida · o arco roxo primeiro leva a **T_1 (verde)** com uma **rotação de 90°** (anti-horário) · o segundo arco leva de T_1 a **T_2 (laranja)** com **mais 90°** — na ordem: primeiro 90°, depois 90°, como dizem as caixas.

2. R (3 ; 2) → (−y ; x) = **(−2 ; 3)** ✓ — no T_1 verde, é o vértice que está em cima à esquerda (x = −2 na grelha, y = 3). Os outros: P (2 ; 0) → (0 ; 2) e Q (4 ; 0) → (0 ; 4) — confirmam os vértices do T_1.

3. (−2 ; 3) → (−y ; x) = **(−3 ; −2)** ✓ — é o vértice R_2 do T_2 laranja, no terceiro quadrante. Aplicando aos outros: P_1 (0 ; 2) → (−2 ; 0) e Q_1 (0 ; 4) → (−4 ; 0) — os três batem com o desenho.

4. (x ; y) → (−x ; −y): P (2 ; 0) → **(−2 ; 0)** ✓ — é P_2 da figura (o ponto do outro lado da origem, à mesma distância). **M · M**: [0 −1; 1 0] · [0 −1; 1 0] = [(0−1) (0+0); (0+0) (−1+0)] = **[−1 0; 0 −1]** ✓ — que é precisamente a regra (x ; y) → (−x ; −y): o produto confirma o desenho.

5. a) **V** — 90° + 90° = 180°, como mostra a cadeia T → T_1 → T_2 b) **F** — dá **180°**, não 90° c) **F** — a ordem conta: compor é aplicar primeiro f e só depois g (g ∘ f) — trocar dá, em geral, outro resultado.

6. Porque o produto de matrizes **aplica as duas transformações de uma só vez**: cada linha × coluna reproduz o encadear dos pontos — M · M = rotação dupla = 180°. E o que se herda: se f e g são isometrias, g ∘ f também é — **T, T_1 e T_2 continuam congruentes** (área 2 no mesmo tamanho): compor muda a posição final, nunca o tamanho. É essa economia — duas contas numa — que a álgebra das matrizes oferece ao desenho.

Nota de correção: ordem: 1.º 90°, 2.º 90° · total 180° · M · M = [−1 0; 0 −1] · P (2 ; 0) → (−2 ; 0).