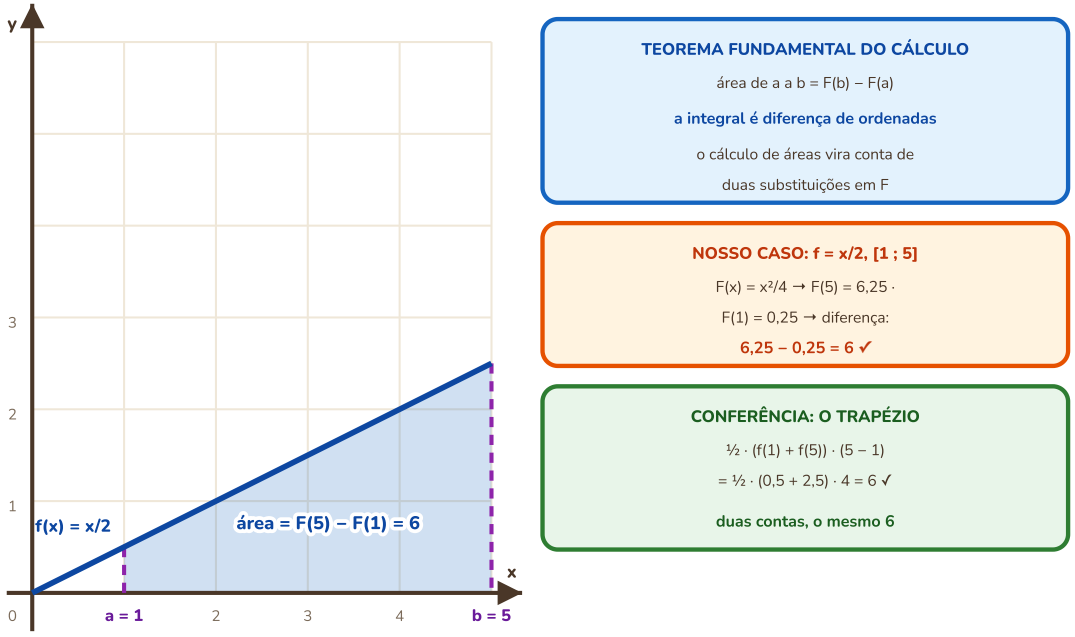
Teorema Fundamental no gráfico: F(b) − F(a) = área

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo numa figura, calcular áreas por diferença de primitivas e conferir geometricamente com o trapézio.

A área visível é uma subtração: F no fim menos F no começo



o TFC é a ponte entre fórmula e desenho: a área visível é a diferença de duas ordenadas de F

esquema didático · f(x) = x/2 · F(x) = x²/4 · a = 1, b = 5 · área = 6 = trapézio de conferência

Figura G18 — TFC no gráfico: F(5) − F(1) = área de 1 a 5 = 6.

© 2026 Estudantices

Exercícios

1. A fórmula na figura (Figura G18): quais são a e b? E o que a linha roxa da caixa azul diz que a área «é»?

2. Conta da área: com $F(x) = x^2/4$, calcula $F(5) - F(1)$ passo a passo e confirma o 6 da figura.

3. Conferência geométrica: o trapézio azul tem área $\frac{1}{2} \cdot (f(1) + f(5)) \cdot 4$ — desenvolve e confirma que dá o mesmo 6. Porque é que as duas vias têm de coincidir?

4. V/F (Figura G18) — justifica as falsas: a) «A área de [1 ; 5] vale 6.» ( ) b) «$F(1) = 1$.» ( ) c) «Para a área basta calcular $F(5)$.» ( )

5. Fecha o circuito: usa o mesmo raciocínio na ficha 26: com $F(x) = x^3/3 + x$, confirma que a área de $x^2 + 1$ em [0 ; 3] é $F(3) - F(0) = 12$.

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que o TFC troca «uma soma infinita de fatias» por duas substituições? O que ele ganha — e o que confirma?

© 2026 Estudantices

Soluções — Teorema Fundamental no gráfico

1. **a = 1** e **b = 5** (os limites roxos no eixo) · a caixa diz que a **área é F(b) − F(a)** — ou seja, a região sombreada mede-se subtraindo duas ordenadas da primitiva: nada mais.

2. F(5) = 5²/4 = 25/4 = **6,25** · F(1) = 1²/4 = **0,25** → área = 6,25 − 0,25 = **6** ✓ — igual ao da figura.

3. Trapézio: ½ · (0,5 + 2,5) · (5 − 1) = ½ · 3 · 4 = **6** ✓ Coincidem porque o TFC é **verdadeiro para qualquer f contínua** — e quando f é uma reta, a área é literalmente a fórmula do trapézio: a álgebra (primitivas) e a geometria (fórmula) estão a fazer a mesma conta por caminhos diferentes.

4. a) **V** — as duas contas dão 6 b) **F** — F(1) = 0,25, não 1 c) **F** — faltam **duas**: F(5) − F(1) — só F(5) daria a área de 0 a 5, não de 1 a 5.

5. Para f(x) = x² + 1, a primitiva é **F(x) = x³/3 + x** → F(3) = 27/3 + 3 = 9 + 3 = **12** · F(0) = 0 + 0 = **0** → área = 12 − 0 = **12** ✓ — confirmamos o valor que a figura da ficha 26 anunciava: o desenho e a conta fecham.

6. Porque a definição (soma de fatias cada vez mais finas) é **um limite impossível de executar à mão**, e o TFC mostra que **não é preciso**: basta encontrar uma primitiva F e substituir os dois extremos. Ganha-se velocidade (duas contas em vez de infinitas) e ganha-se **confirmação**: qualquer área calculada pode ser conferida geometricamente quando a figura é simples — é exatamente o que o trapézio fez.

Nota de correção: F = x²/4 · F(5) − F(1) = 6 · trapézio = 6 · ficha 26: F = x³/3 + x → F(3) − F(0) = 12.

© 2026 Estudantices