Integral definido como área sob a curva

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Ler uma integral como área entre curva e eixo, interpretar os limites a e b e explicar o sinal da área conforme o comportamento de f.

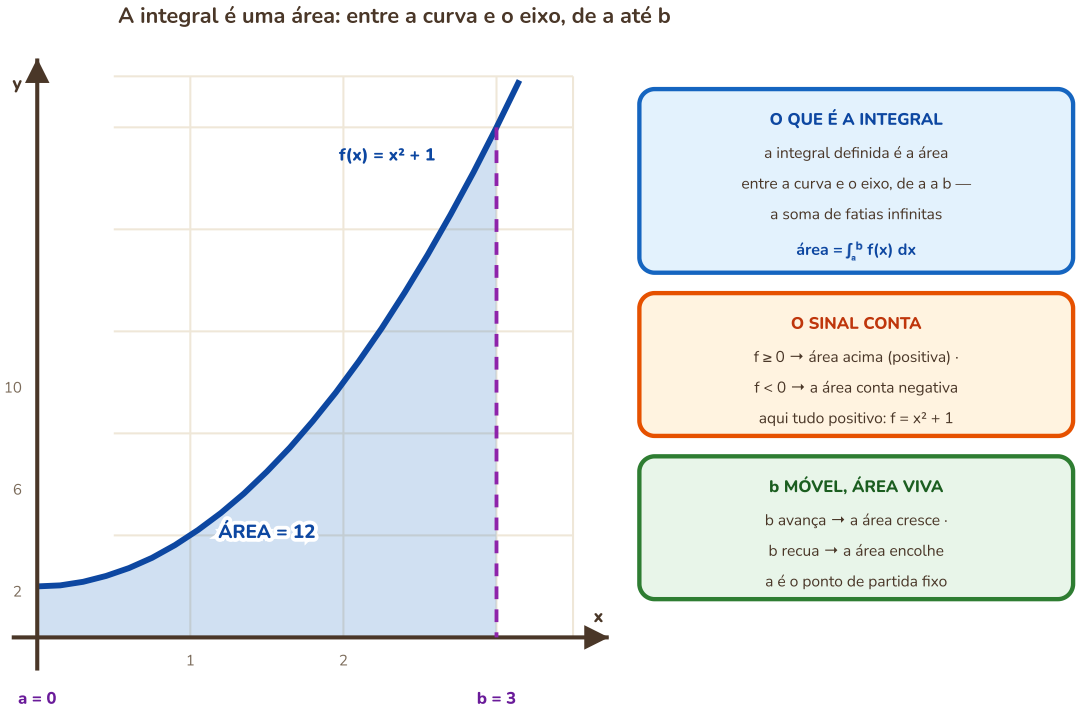


Figura G16 — Integral definido: a área entre f(x) = x² + 1 e o eixo, de 0 a 3.

Exercícios

1. Os limites (Figura G16): onde começam e acabam a área? E o que é que a área representa — que região do plano?

2. O sinal: porque é que aqui a área é positiva? E o que aconteceria com a conta se a curva passasse por baixo do eixo?

3. b móvel: compara a área de [0 ; 2] com a de [0 ; 3] — qual é maior? E se b recuasse até 1?

4. Ler ≠ calcular: porque é que a figura dá a «ideia» da área mas não o valor exato a olho? De onde vem o 12 — e quando o vamos confirmar?

5. V/F (Figura G16) — justifica as falsas: a) «A área de [0 ; 3] vale 12.» ( ) b) «Com b = 2 a área é maior que com b = 3.» ( ) c) «A área depende de a, mas não de b.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que a integral serve para acumulações (distância a partir da velocidade, total a partir do ritmo)? O que a área tem a ver com «somar o que vai acontecendo»?

© 2026 Estudantices

Soluções — Integral definido como área

1. A área vai de **a = 0 a b = 3** (o eixo é o próprio limite esquerdo; a tracejada roxa marca b). É a região **entre a curva azul e o eixo dos x** — fechada dos dois lados e por baixo por f(x) = x² + 1.

2. É positiva porque **f(x) = x² + 1 ≥ 0 em todo o intervalo**: a curva nunca passa por baixo do eixo, logo toda a área fica «por cima» e conta com sinal +. Se a curva descesse por baixo, a região seria contada **negativa** — a integral não mede tamanho puro, mede acumulação com sinal.

3. [0 ; 3] é maior que [0 ; 2]: como f é sempre positiva, cada pedaço extra acrescenta área — b de 2 a 3 traz mais. E se b recuasse até 1, a área seria ainda menor: a monotonia de b é direta (b sobe, área sobe). Os três casos: área(0→1) < área(0→2) < área(0→3) = 12.

4. Porque a figura dá a **leitura visual** — a área é uma região, e vê-se que é «cerca de doze» sem a exatidão: as curvas não são quadrados de contagem. O valor 12 vem da **conta analítica**, e confirmamo-lo com o Teorema Fundamental do Cálculo **na ficha 28** (F(b) − F(a)) — aí a leitura e a conta têm de bater certo.

5. a) **V** — $\int_0^3 (x^2+1)\,dx = 12$ (confirmado na ficha 28) b) **F** — com b = 2 a área é **menor**: falta o pedaço de 2 a 3, que é positivo c) **F** — depende dos **dois**: a fixa a partida, b marca onde para de somar.

6. Porque a realidade acumula-se **sem pausas**: se a velocidade muda a cada instante, a distância não é velocidade × tempo — é a **soma de todos os instantes**, cada um com o seu valor. A área sob a curva é exatamente isso: empilha fatias finas onde a função manda e devolve o total. É por isso que a integral é a máquina de transformar **ritmos em totais**.

Nota de correção: a = 0, b = 3 · f ≥ 0 → positiva · área(0→3) = 12 (TFC na ficha 28) · b cresce → área cresce.

© 2026 Estudantices