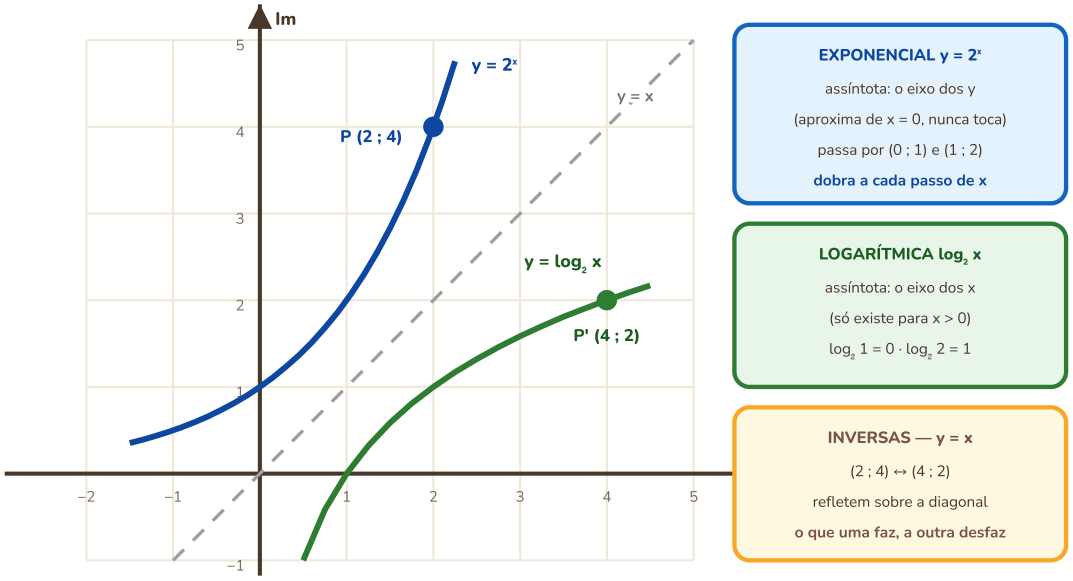
Exponencial e logarítmica no gráfico: assíntotas e cortes

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Ler assíntotas e domínios no gráfico, confirmar pontos substituindo e reconhecer a simetria das inversas em relação à diagonal y = x.

Uma sobe para o céu, a outra arrasta-se pelo chão — e a diagonal é o espelho



a assíntota é a linha que a curva persegue para sempre sem tocar — a diagonal y = x é o espelho das inversas

a exponencial foge cada vez mais depressa · a logarítmica arrasta-se cada vez mais devagar — mas nenhuma pára

esquema didático · base 2 · 2^x e $\log_2 x$ são inversas: $2^x = 8 \leftrightarrow \log_2 8 = 3$ · domínio da log: $x > 0$

Figura G7 — Exponencial e logarítmica: assíntotas, domínio e o espelho y = x.

Exercícios

1. Assíntotas (Figura G7): qual a de cada curva? E porque é que uma assíntota nunca é tocada — o que a curva faz à medida que se aproxima?

2. Confirmar pontos: substitui x = 2 em 2^x e x = 4 em $\log_2 x$ — os resultados são (2 ; 4) e (4 ; 2), como na figura?

3. O espelho y = x: porque é que P e P' são simétricos? E o que faz a diagonal às coordenadas de um ponto?

4. Domínio e limites: porque é que a logarítmica não existe à esquerda de x = 0? E porque é que 2^x nunca chega ao zero — por mais que x cresça?

5. V/F (Figura G7) — justifica as falsas: a) «$\log_2 8 = 3$.» ( ) b) «A exponencial tem o eixo dos x como assíntota.» ( ) c) «$\log_2 0{,}5 = 1$.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que saber que são inversas ajuda a resolver equações? Usa o par $2^x = 8 \leftrightarrow \log_2 8 = 3$.

© 2026 Estudantices

Soluções — Exponencial e logarítmica no gráfico

1. 2^x: assíntota é o **eixo dos y (x = 0)** — para x perto de 0 a curva tende para 0 sem o tocar, por mais fina que seja a fita. **$\log_2 x$:** assíntota é o **eixo dos x (y = 0)** — perto de x = 0 a curva desce sem parar mas nunca chega ao eixo. Uma assíntota é uma fronteira que a curva **persegue para sempre**: aproxima-se infinitamente, sem nunca coincidir.

2. $2^2 = 4$ ✓ → (2 ; 4) está na exponencial · $\log_2 4 = 2$ ✓ → (4 ; 2) está na logarítmica. Os dois pontos são as mesmas contas vistas dos dois lados — é exatamente isso que as inversas são.

3. Porque são **simétricas em relação a y = x**: a diagonal troca as coordenadas ((x ; y) → (y ; x)), e P = (2 ; 4) refletido dá (4 ; 2) = P'. Sem a diagonal, um ponto é imagem do outro; com ela, vê-se que a log é a exponencial «ao contrário» — o gráfico não muda de forma, muda de lado.

4. Domínio da log: só x > 0 porque não existe potência de 2 que dê resultado nulo ou negativo ($2^x > 0$ para qualquer x) — logo, $\log_2$ de 0 ou de negativo não tem significado. **2^x nunca chega a 0:** dividir 2 por 2 dá 1/2, 1/4, 1/8… — aproxima-se de zero sem nunca o alcançar; a assíntota (o eixo) é precisamente esse «quase» infinito.

5. a) **V** — $2^3 = 8$ b) **F** — a exponencial tem o **eixo dos y** (x = 0); o eixo dos x é assíntota da logarítmica c) **F** — $\log_2 0{,}5 = \log_2 (1/2) = \mathbf{-1}$ (porque $2^{-1} = 1/2$).

6. Porque são operações **desfazer-se mutuamente**: para resolver $2^x = 8$ basta «aplicar a $\log_2$» dos dois lados → $x = \log_2 8 = 3$. Sem a propriedade das inversas, teríamos de tentar valores ao acaso; com ela, a equação exponencial vira uma conta de logaritmo (e ao contrário também). A diagonal y = x é a prova visual do pacto: **$f(f^{-1}(x)) = x$** — o que a exponencial faz, a logarítmica desfaz.

Nota de correção: $\log_2 8 = 3$ · $\log_2 0{,}5 = -1$ · assíntota da exp = eixo y · domínio da log: x > 0.

© 2026 Estudantices