Teste — Leitura Gráfica: Funções exponencial e logarítmica

12.º Ano | Matemática A | 20 valores | 10 questões

Instruções: Responde a todas as questões. Duração: 90 minutos. Todas as respostas saem da leitura das três figuras — mostra as contas de substituição e de inclinação.

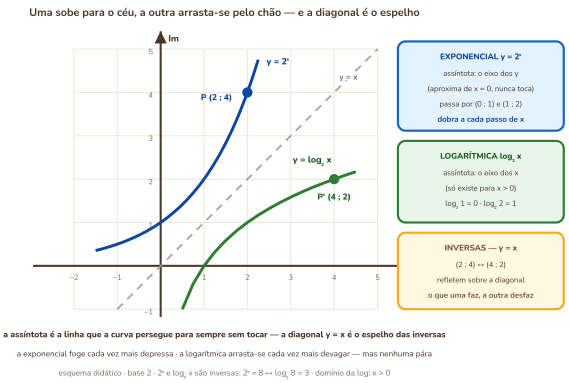


Figura 1 — 2^x e $\log_2 x$: assíntotas e o espelho y = x.

1. (2 val) Assíntotas e domínio (Figura 1): qual a de cada curva e porque é que a log só vive à direita de x = 0.

2. (2 val) Inversas (Figura 1): porque é que P (2 ; 4) e P' (4 ; 2) são simétricos? Confirma os dois pontos por substituição.

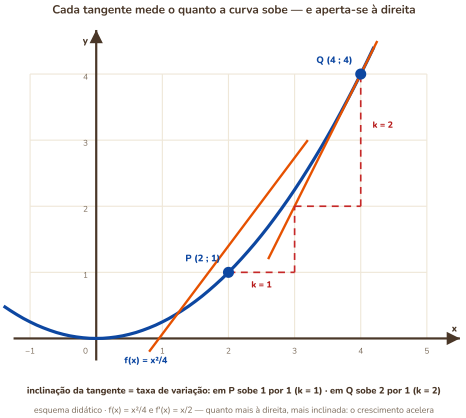


Figura 2 — Tangentes em P e Q: a inclinação mede a taxa.

3. (2 val) Inclinações (Figura 2): k em P e k em Q com os triângulos — e o que muda de um para o outro.

4. (2 val) Tangente (Figura 2): onde ela toca a curva e porque não serve para ler a função longe do ponto.

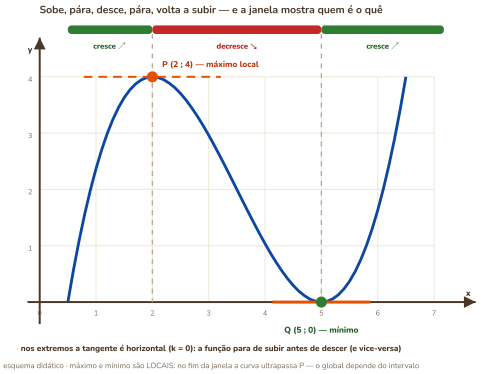


Figura 3 — Variação: zonas e extremos.

5. (2 val) Extremos (Figura 3): coordenadas e tipo de P e de Q — porque é que as tangentes ali são horizontais.

6. (2 val) Zonas (Figura 3): os intervalos onde a função cresce e onde decresce, com os valores de corte.

7. (2 val) V/F pelas figuras — justifica as falsas: a) «$\log_2 0{,}5 = 1$.» ( ) b) «Em x = 2 a inclinação vale 1.» ( ) c) «Depois de Q a curva desce.» ( )

8. (2 val) Leitura cruzada (1 e 2): a inclinação que a tangente mede na Figura 2 — como é que se manifestaria na exponencial da Figura 1?

9. (2 val) Leitura cruzada (2 e 3): onde é que o «k = 0» da Figura 3 aparece na linguagem das tangentes da Figura 2? O que representa?

10. (2 val) Síntese: uma frase por figura com «porque é que se usa isto» — o que cada uma permite responder.

© 2026 Estudantices

Soluções — Funções exponencial e logarítmica

1. (2 val) 2^x: assíntota = **eixo dos y (x = 0)** — aproxima de zero sem tocar · **$\log_2 x$:** assíntota = **eixo dos x (y = 0)** · a log vive para x > 0 porque **não existe potência de 2 que dê 0 ou negativo** ($2^x > 0$ sempre).

2. (2 val) São simétricos em relação a **y = x**: a diagonal troca (x ; y) por (y ; x). Verificação: $2^2 = \mathbf{4}$ ✓ (P na exponencial) e $\log_2 4 = \mathbf{2}$ ✓ (P' na log) — as mesmas contas do lado contrário.

3. (2 val) Triângulo de P: Δx = 1, Δy = 1 → **k = 1** · triângulo de Q: Δx = 1, Δy = 2 → **k = 2**. Muda porque f'(x) = x/2 cresce com x: à direita, a curva sobe mais depressa — a tangente aperta.

4. (2 val) Toca **no próprio ponto** (P na vizinhança de P; Q em Q). Longe dele a reta **afasta-se da curva** — a tangente só é fiel naquele trecho pequeno; usar a de P em x = 3,5 daria valor errado.

5. (2 val) P = (2 ; 4) — máximo local · **Q = (5 ; 0) — mínimo**. Tangentes horizontais porque **nos extremos a função para de subir/descer**: a inclinação anula-se (k = 0) no ponto de viragem.

6. (2 val) Cresce de ~0,5 a **2** e de **5** em diante · **decresce** de **2 a 5**. Os cortes são exatamente os extremos P (x = 2) e Q (x = 5) — as guias verticais marcam as trocas de faixa.

7. (2 val) a) **F** — $\log_2 0{,}5 = \mathbf{-1}$ (porque $2^{-1} = 1/2$) b) **V** — f'(2) = 2/2 = 1, como o triângulo de P mostra c) **F** — depois de Q a curva **volta a subir** (é para isso que serve o mínimo).

8. (2 val) Na exponencial a tangente **ficaria cada vez mais inclinada à direita**: f' de 2^x cresce com x ($2^x \ln 2$), pelo mesmo fenómeno da Figura 2 — a diferença é que ali a inclinação não para de crescer: a curva foge. É a mesma leitura (k = inclinação) aplicada a uma função que acelera sempre.

9. (2 val) O «k = 0» da Figura 3 é **a tangente exatamente plana** — o caso limite da Figura 2: enquanto em P e Q as tangentes sobem (k > 0), nos extremos de Figura 3 elas ficam horizontais. É o mesmo objeto (a tangente) em três estados: a inclinação positiva, nula (viragem) e — no outro lado da montanha — negativa.

10. (2 val) Figura 1 → **onde vive cada função e como se refletem** (assíntotas e inversas) · Figura 2 → **quanto cresce num ponto** (a inclinação) · Figura 3 → **onde cresce, pára e desce** (zonas e extremos).

Nota de correção: 20 valores em 90 minutos — 4,5 minutos por valor. $\log_2 0{,}5 = -1$ · $f'(2) = 1$ · extremo $\iff k = 0$.

© 2026 Estudantices