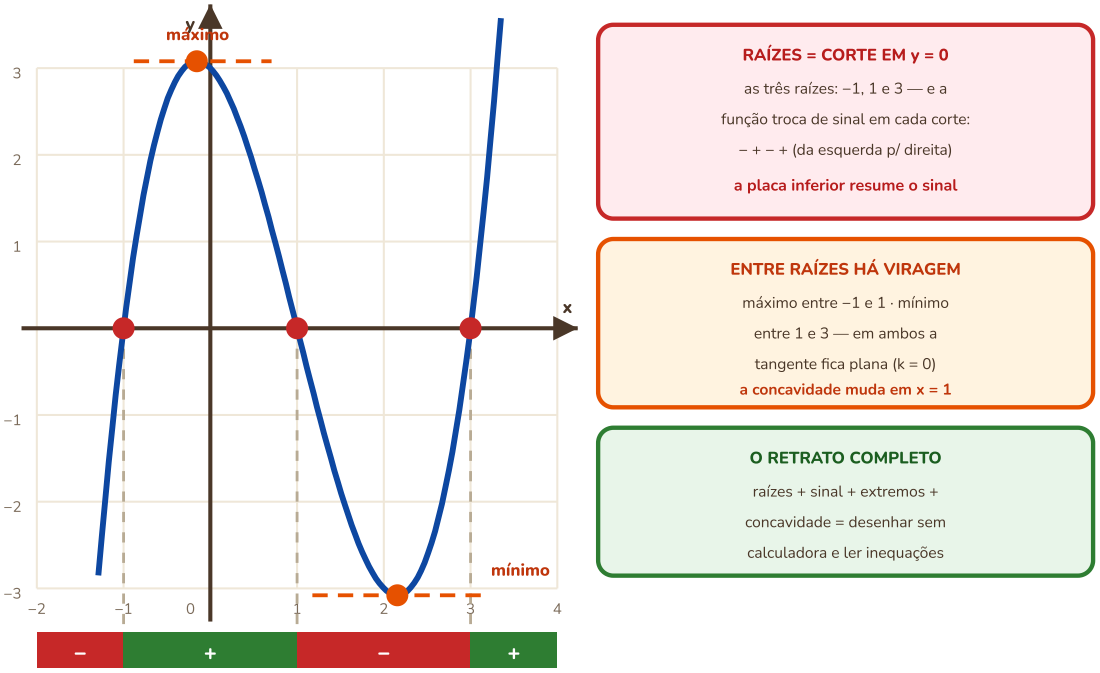
Estudo de funções no gráfico: raízes, sinal e concavidade

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Ler raízes e sinal no eixo, situar extremos entre raízes e reconhecer a mudança de concavidade — o retrato completo de uma função pelo desenho.

Três cortes, quatro sinais, duas viragens — e uma curva que muda de respiração



côncava ∩ até x = 1 · côncava ∪ a partir de x = 1 — o ponto de inflexão é a própria raiz do meio

esquema didático · h(x) = (x+1)(x−1)(x−3) · raízes −1, 1, 3 · máx ≈ −0,15 · mín ≈ 2,15 · inflexão em x = 1

Figura G10 — Estudo no gráfico: raízes, sinal, extremos e concavidade.

Exercícios

1. Raízes (Figura G10): onde é que a curva corta o eixo dos x e porque é que aí h(x) = 0? Confirma com dois dos pontos marcados.

2. Sinal e inequação: pela placa inferior, em que intervalos é que h(x) > 0? Escreve a solução de h(x) > 0 e a de h(x) < 0.

3. Extremos: entre que raízes fica o máximo e entre que raízes fica o mínimo? E porque é que é aí que a tangente fica plana?

4. Concavidade: porque é que a curva passa de ∩ a ∪ exatamente em x = 1? Liga o fundo da figura ao valor da raiz do meio.

5. V/F (Figura G10) — justifica as falsas: a) «A função tem três raízes.» ( ) b) «Entre 1 e 3 a função é positiva.» ( ) c) «O máximo fica entre 1 e 3.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que o conjunto raízes + sinal + extremos dá o «retrato completo» de uma função? O que falta a quem só sabe as raízes?

© 2026 Estudantices

Soluções — Estudo de funções no gráfico

1. A curva corta em **x = −1, x = 1 e x = 3** — aí h(x) = 0 porque h(x) = (x+1)(x−1)(x−3) tem um fator nulo em cada raiz. Confirmação: **h(0) = (1)(−1)(−3) = 3** (ponto positivo, como a figura) e **h(2) = (3)(1)(−1) = −3** (ponto negativo, entre 1 e 3) ✓.

2. Pela placa: **h(x) > 0** onde está o «+» → **x ∈]−1 ; 1[∪]3 ; +∞[** · **h(x) < 0** onde está o «−» → **x ∈]−∞ ; −1[∪]1 ; 3[**. As raízes são as fronteiras — e nos extremos a desigualdade é ou não incluída conforme a pergunta (aqui abertas, pois h ≠ 0 nos extremos indicados).

3. O **máximo** fica entre **−1 e 1** (a subida pára antes do corte de x = 1) e o **mínimo** entre **1 e 3**. É aí que a tangente fica plana porque são os pontos de viragem: a função deixa de subir para descer (ou vice-versa) — a inclinação passa pelo zero, k = 0.

4. Porque a **segunda derivada** muda de sinal em x = 1 (para h cúbica, h'' é crescente e nula em x = 1): antes a curva é côncava ∩ (abaulada para baixo), depois ∪ (para cima). O detalhe bonito é que **esse ponto é a própria raiz do meio**: inflexão e raiz coincidem — a curva muda de respiração exatamente onde atravessa o eixo.

5. a) **V** — os três pontos vermelhos: −1, 1 e 3 b) **F** — entre 1 e 3 é **negativa**: h(2) = −3 e a placa mostra «−» c) **F** — o máximo está entre **−1 e 1** (antes de x = 1); entre 1 e 3 fica o mínimo.

6. Porque cada peça responde a uma pergunta diferente: as **raízes** dizem onde a função vale zero · o **sinal** diz onde é positiva (é o que se pede nas inequações) · os **extremos** dizem onde atinge os seus valores máximos e mínimos · a **concavidade** diz como é que chega lá (de que lado abre a taça). Só com as raízes sabemos onde ela toca o eixo — mas não se sobe ou desce entre elas: por isso o retrato completo exige as quatro leituras.

Nota de correção: raízes −1, 1, 3 · sinal − + − + · máx ∈ (−1;1) · mín ∈ (1;3) · inflexão x = 1.

© 2026 Estudantices