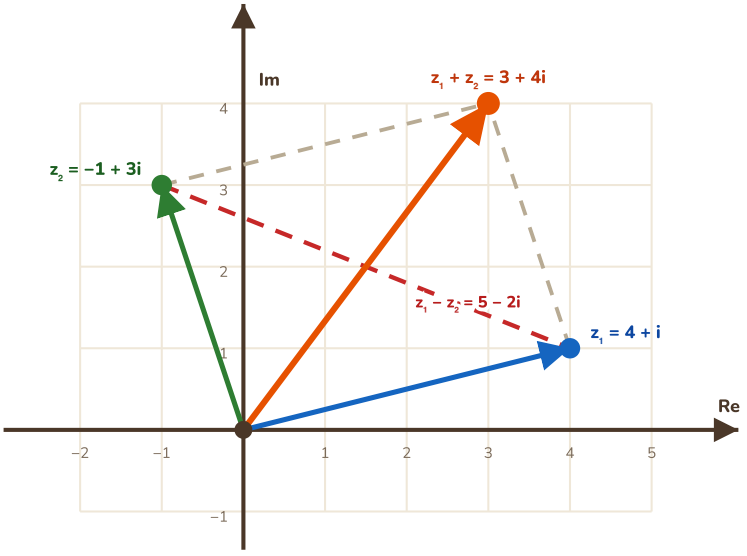
Soma e diferença de complexos: construção geométrica

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Somar e subtrair complexos pelas coordenadas, reconhecer a soma como quarto vértice de um paralelogramo e ler a diferença como o segmento que liga dois pontos.

Somar é fechar o paralelogramo — subtrair é a ponte entre os dois pontos



SOMA: soma cada par — (4 + (−1) ; 1 + 3) = (3 ; 4) → 3 + 4i — e fica no quarto vértice do paralelogramo

DIFERENÇA: o que falta de z_2 a z_1 — (4 − (−1) ; 1 − 3) = (5 ; −2) → 5 − 2i — a ponte vermelha, com halo

a diagonal laranja parte da origem (soma) · a ponte vermelha liga os pontos (diferença) · trocar os vetores dá o mesmo vértice

esquema didático · $z_1 = 4 + i$ · $z_2 = -1 + 3i$ · $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ · $z_1 - z_2 = 5 - 2i$

Figura G3 — Soma como paralelogramo e diferença como segmento entre pontos.

© 2026 Estudantices

Exercícios

1. A soma pela figura (Figura G3): confirma $z_1 + z_2$ somando cada par de componentes — e compara com a posição do vértice laranja.

2. Os quatro vértices: escreve os vértices do paralelogramo pela ordem (origem → z_2 → soma → z_1) e explica porque é que os lados tracejados são paralelos aos vetores.

3. A ponte vermelha: calcula $z_1 - z_2$ pelas componentes e confirma $5 - 2i$. Porque é que a seta que parte de z_2 e chega a z_1 dá $z_1 - z_2$ e não o contrário?

4. Comutatividade no desenho: se trocares os dois vetores de lugar, a soma muda? E soma qualquer z com 0 — o que acontece no plano?

5. V/F — justifica as falsas: a) «$(2 + i) + (1 + 4i) = 3 + 5i$.» ( ) b) «$(4 + i) - (-1 + 3i) = 3 + 2i$.» ( ) c) «A diagonal que liga os dois vértices é a soma.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que somar complexos é somar «pares» — e o que o paralelogramo prova que a conta sozinha não mostra?

© 2026 Estudantices

Soluções — Soma e diferença de complexos

1. Componentes: Re: 4 + (−1) = 3 · Im: 1 + 3 = 4 → $\mathbf{z_1 + z_2 = 3 + 4i}$. Na figura, o vértice laranja está exatamente em (3 ; 4) — o paralelogramo fecha sozinho: o desenho e a conta dão o mesmo ponto, porque soma de complexos é soma de coordenadas.

2. Vértices pela ordem: **(0 ; 0) → z_2 = (−1 ; 3) → soma = (3 ; 4) → z_1 = (4 ; 1)** (e volta à origem). Os lados tracejados são paralelos aos vetores porque têm o **mesmo deslocamento**: o lado z_1→soma desloca (−1 ; +3), igual ao vetor O→z_2; o lado z_2→soma desloca (+4 ; +1), igual a O→z_1 — é a definição de paralelogramo traduzida em pares.

3. Re: 4 − (−1) = 5 · **Im:** 1 − 3 = −2 → $\mathbf{z_1 - z_2 = 5 - 2i}$. A seta dá $z_1 - z_2$ porque a diferença é **chegada menos partida**: parte de z_2 (do que temos) e vai até z_1 (onde queremos chegar) — o vetor que sobra é «o que falta de z_2 a z_1».

4. A soma **não muda**: trocar os vetores aponta para o mesmo quarto vértice (é a comutatividade $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ vista no desenho — o paralelogramo é o mesmo). E somar 0 é **não sair do sítio**: o vetor (0 ; 0) não desloca nada, o ponto fica onde está — z + 0 = z.

5. a) **V** — (2 + 1) + (1 + 4)i = 3 + 5i b) **F** — (4 − (−1)) + (1 − 3)i = **5 − 2i** (não 3 + 2i) c) **F** — a diagonal que **liga os dois pontos** é a *diferença*; a soma é a que **parte da origem**.

6. Somar complexos é somar pares porque a definição de soma é **componente a componente** — nada de regras de i (i^2 não aparece na soma). Mas a conta sozinha não mostra a **geometria**: o paralelogramo prova que a soma é uma **deslocação combinada** — dois vetores em simultâneo dão o mesmo que um terceiro (a diagonal) — e que a diferença é o caminho entre pontos. É essa leitura que ligamos depois ao módulo ($|z_1 - z_2|$ = distância, ficha 2) e que faz do plano uma ferramenta, não uma folha de contas.

Nota de correção: soma = quarto vértice · diferença = chegada − partida · comutativa no desenho · z + 0 = z.

© 2026 Estudantices