Distância, ponto médio e conjugado no plano complexo

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Calcular distâncias e pontos médios entre afixos com as coordenadas, ler a construção como triângulo rectângulo e interpretar o conjugado como reflexão sobre o eixo real.

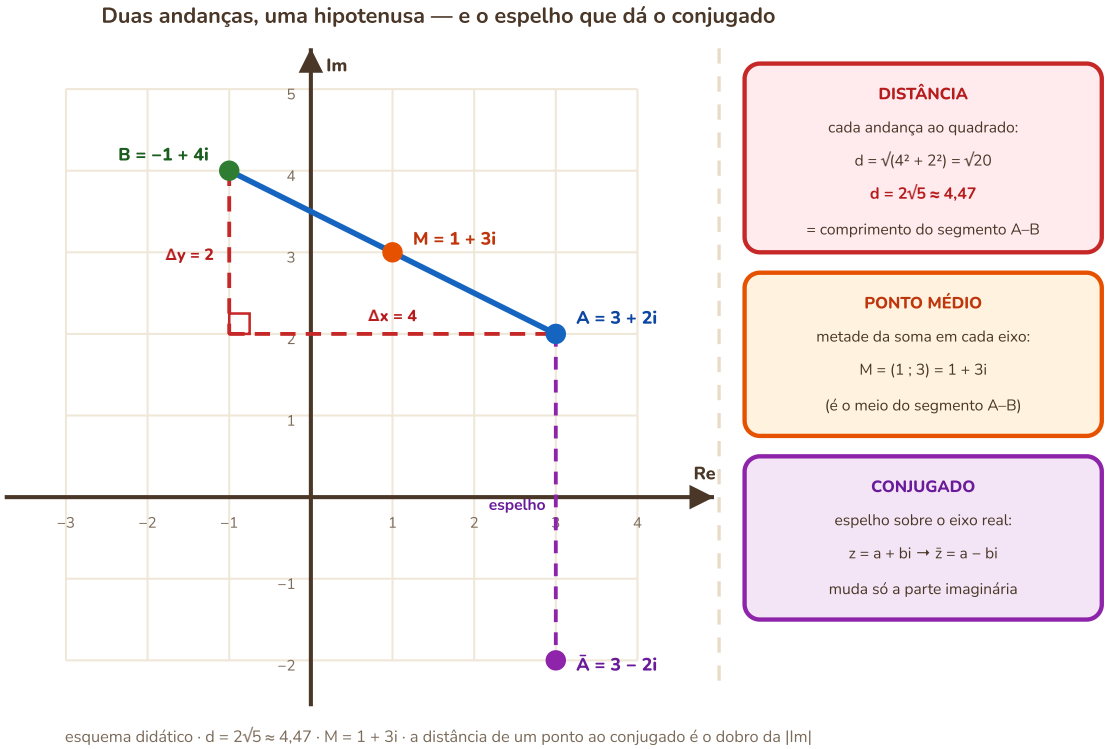


Figura G2 — Distância (triângulo rectângulo), ponto médio e reflexão do conjugado.

Exercícios

1. A distância (Figura G2): lê as duas pernas (Δx e Δy), aplica a Hipotenusa e confirma que d(A ; B) = 2√5.

2. O ponto médio: confirma que M = 1 + 3i é o meio do segmento A–B — que conta se faz em cada eixo? E porque é que M está «no meio» da diagonal?

3. Novo segmento: os extremos são (−1 ; 1) e (2 ; 5). Calcula o comprimento e o ponto médio (deixa a raiz simplificada).

4. O conjugado (caixa roxa): porque é que A e Ā são simétricos? O que muda e o que fica? E onde fica o afixo 4 − 5i em relação a 4 + 5i?

5. V/F — justifica as falsas: a) «O ponto médio de 2 + 6i e 6 + 2i é 4 + 4i.» ( ) b) «A distância de 3 + 2i ao seu conjugado é 2.» ( ) c) «O conjugado troca o sinal dos dois componentes.» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que no plano complexo não fazemos «contas novas» para distâncias e médias? Liga as pernas aos componentes de z = a + bi.

© 2026 Estudantices

Soluções — Distância, ponto médio e conjugado

1. Pernas: horizontal $\Delta x = 3 - (-1) = 4$ e vertical $\Delta y = 4 - 2 = 2$ (leituras da figura). **Hipotenusa:** $d = \sqrt{(4^2 + 2^2)} = \sqrt{(16 + 4)} = \sqrt{20} = \mathbf{2\sqrt{5} \approx 4{,}47}$ — é exatamente o comprimento do segmento A–B, porque o triângulo tracejado é rectângulo no canto marcado.

2. Em cada eixo faz-se a **média das duas coordenadas**: Re: $(3 + (-1)) / 2 = 2 / 2 = 1$ · Im: $(2 + 4) / 2 = 6 / 2 = 3$ → **M = 1 + 3i**. É o meio do segmento porque o ponto médio de um segmento é, por definição, a média das coordenadas dos extremos — e na figura cai exatamente sobre a linha azul, a meio.

3. Chamando os extremos P = (−1 ; 1) e Q = (2 ; 5): **Δx = 2 − (−1) = 3**, **Δy = 5 − 1 = 4** → $d = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{(9 + 16)} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$. Ponto médio: $((-1 + 2) / 2 ; (1 + 5) / 2) = (\mathbf{1/2} ; \mathbf{3})$ → M = 0,5 + 3i (ou ½ + 3i).

4. Porque a reflexão sobre o eixo real **só inverte a vertical**: a abscissa fica (Re = 3 nos dois) e a ordenada troca de sinal (2 → −2). Muda a parte imaginária, fica a real — daí $\bar{z} = a - bi$. **4 − 5i é o conjugado de 4 + 5i**: estão um em cima e outro em baixo, à mesma distância da reta real.

5. a) **V** — $((2 + 6) / 2 ; (6 + 2) / 2) = (4 ; 4) = 4 + 4i$ b) **F** — a distância ao conjugado é $2 \times |\text{Im}| = 2 \times 2 = \mathbf{4}$ (não 2) c) **F** — troca **só o sinal da parte imaginária**; a real fica igual.

6. Porque um afixo **é** um par de coordenadas: $z = a + bi$ é o ponto $(a ; b)$, e para pontos as contas já existiam — o teorema de Pitágoras dá a distância, a média aritmética dá o ponto médio, o espelho dá o conjugado. O que os complexos acrescentam é o **nome**: a hipotenusa é a módulo da diferença $|z_1 - z_2|$, a média é $(z_1 + z_2) / 2$ e o espelho tem uma operação própria (a barra). Sem o plano, seriam contas sem imagem; com o plano, cada conta tem um desenho — e isso é o que vamos usar na soma (figura G3).

Nota de correção: $d = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47$ · média em cada eixo · conjugado troca só o Im · $d(z ; \bar{z}) = 2|\text{Im}|$.

© 2026 Estudantices