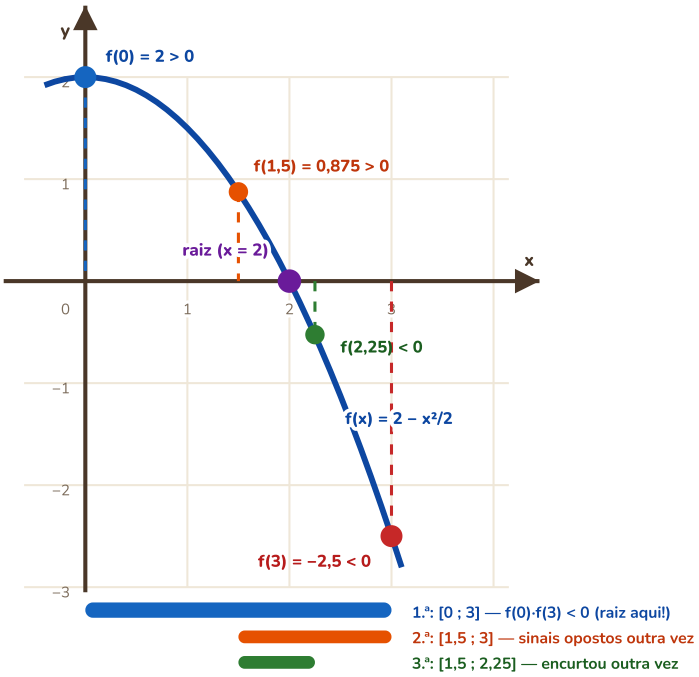
Bissecção e valores intermédios no eixo

12.º Ano | Matemática A | 3 páginas | 6 exercícios

Competências que desenvolve: Interpretar a garantia de existência de raiz (f(a)·f(b) < 0), seguir os cortes da bissecção e explicar porque é que cada passo encurta o intervalo.

Sinais opostos garantem a raiz — e cortar ao meio encurta-a sempre mais



esquema didático · Bolzano: f contínua com sinais opostos garante a raiz · bissecção corta ao meio, testa o sinal e repete

Figura G12 — Bissecção: sinais opostos, cortes e intervalo a encurtar.

Exercícios

1. Primeira barra (Figura G12): lê f(0) e f(3), confirma o produto negativo e explica porque é que isso garante uma raiz entre eles.

2. Primeiro corte: o ponto 1,5 tem sinal positivo (como f(0)) — para que lado o intervalo se estreita? Escreve o novo intervalo.

3. Segundo corte: f(2,25) < 0 — que intervalo sobra agora? E porque é que cada corte encurta sempre pela metade?

4. A garantia (Bolzano): porque é que uma função contínua que muda de sinal tem de cruzar o eixo? Usa a imagem da curva azul.

5. V/F (Figura G12) — justifica as falsas: a) «f(0)·f(3) < 0 garante raiz no intervalo.» ( ) b) «Se f(a) e f(b) têm o mesmo sinal, a bissecção aplica-se.» ( ) c) «No 2.º passo o intervalo escolhido foi [2,25 ; 3].» ( )

6. Porquê (5–6 linhas): porque é que a bissecção funciona mesmo quando não sabemos resolver a equação? O que ela promete a cada corte?

© 2026 Estudantices

Soluções — Bissecção e valores intermédios

1. **f(0) = 2 > 0** e **f(3) = 2 − 9/2 = −2,5 < 0** → produto **negativo**. Pelo teorema dos valores intermédios (Bolzano): uma função **contínua** que passa de positiva a negativa **não pode saltar o zero** — tem de cruzar o eixo pelo menos uma vez (a azul atravessa em x = 2).

2. **f(1,5) = 2 − 1,125 = 0,875 > 0** — mesmo sinal de f(0), logo a raiz **não** está em [0 ; 1,5] e o intervalo passa a **[1,5 ; 3]** (f(1,5) > 0 com f(3) < 0 ainda se opõem ✓).

3. **f(2,25) = 2 − 2,53125 = −0,53125 < 0** — oposto a f(1,5) > 0 → sobra **[1,5 ; 2,25]**. Cada corte encurta pela metade porque se testa **exactamente o ponto médio** e se descarta metade do intervalo — a promessa do método: a cada passo o erro cai para metade.

4. Porque a continuidade **não permite buracos**: a curva é uma linha sem cortes — se está acima do eixo num extremo e em baixo no outro, o caminho entre eles obriga a atravessar y = 0. É o que se vê: a azul sobe em f(0) = 2 e chega a f(3) = −2,5 sem nunca interromper-se — o cruzamento é inevitável.

5. a) **V** — é a própria hipótese de Bolzano (contínua + sinais opostos) b) **F** — sem sinais opostos não se garante nada: a bissecção só começa onde f(a)·f(b) < 0 c) **F** — o 2.º corte deu f(2,25) < 0 e o intervalo ficou **[1,5 ; 2,25]** (a conter a raiz, não [2,25 ; 3]).

6. Porque ela **não precisa da fórmula**: só exige conseguir calcular (ou medir) o sinal de f em pontos. A cada corte, metade do intervalo é descartada e a outra metade **contém a raiz com certeza** — logo, com n cortes o intervalo mede $(b − a)/2^n$: dá para atingir qualquer precisão pedida, trocando contas por cortes. É o método por trás da «resolução aproximada de equações».

Nota de correção: f(0) = 2 · f(3) = −2,5 · [0;3] → [1,5;3] → [1,5;2,25] · raiz x = 2 · encurta por metade.

© 2026 Estudantices