

FRENTE · 1 / 12

1

Produto escalar de dois vetores

FRENTE · 2 / 12

2

Produto escalar no espaço

FRENTE · 3 / 12

3

Norma de um vetor

FRENTE · 4 / 12

4

Ângulo entre dois vetores

VERSO

1

No plano, com $u = (x_1, y_1)$ e $v = (x_2, y_2)$: $u \cdot v = x_1x_2 + y_1y_2$.
Geometricamente, $u \cdot v = |u| \times |v| \times \cos \theta$. É sempre um número real, nunca um vetor.

VERSO

2

Com $u = (x_1, y_1, z_1)$ e $v = (x_2, y_2, z_2)$: $u \cdot v = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
— acrescenta-se a componente z ao cálculo do plano.

VERSO

3

$|u| = \sqrt{u \cdot u}$: no plano $\sqrt{x^2 + y^2}$ e no espaço $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. É sempre maior ou igual a zero e vale 0 apenas no vetor nulo.

VERSO

4

$\cos \theta = (u \cdot v) / (|u| \times |v|)$. O sinal de $u \cdot v$ indica se o ângulo é agudo (positivo), reto (zero) ou obtuso (negativo).

FRENTE · 5 / 12

5

Critério de perpendicularidade

FRENTE · 6 / 12

6

Propriedades do produto escalar

FRENTE · 7 / 12

7

Declive de uma reta

FRENTE · 8 / 12

8

Inclinação de uma reta

VERSO

5

$u \perp v$ se e só se $u \cdot v = 0$ (com u e v não nulos). É o único critério rigoroso para demonstrar um ângulo reto, por exemplo num triângulo.

VERSO

6

Comutativa ($u \cdot v = v \cdot u$), distributiva em relação à soma ($u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$) e $u \cdot u = |u|^2$. Daqui resulta $(u + v) \cdot (u - v) = |u|^2 - |v|^2$.

VERSO

7

$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = \Delta y / \Delta x$, para uma reta que passa em (x_1, y_1) e (x_2, y_2) . Equação reduzida: $y = m x + b$. Uma reta vertical não tem declive definido.

VERSO

8

Ângulo α que a reta faz com o semieixo positivo Ox , com $\alpha \in [0^\circ, 180^\circ[$. Relação fundamental: $m = \operatorname{tg} \alpha$ (por isso $\alpha = 45^\circ$ tem $m = 1$ e $\alpha = 135^\circ$ tem $m = -1$).

FRENTE · 9 / 12

9

Vetor diretor de uma reta

FRENTE · 10 / 12

10

Ângulo entre duas retas

FRENTE · 11 / 12

11

Retas perpendiculares

FRENTE · 12 / 12

12

Posição relativa de duas retas

VERSO

9

Vetor que dá a direção da reta. Numa reta de declive m pode tomar-se $u = (1, m)$; a partir de um vetor diretor (a, b) , com $a \neq 0$, o declive é $m = b/a$.

VERSO

10

$\cos \theta = |u \cdot v| / (|u| \times |v|)$, com u e v vetores diretores. O módulo garante $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$: o ângulo entre retas é, por convenção, o menor dos dois.

VERSO

11

Duas retas não verticais são perpendiculares se e só se $m_1 \times m_2 = -1$. Com vetores diretores, o critério equivalente é $u \cdot v = 0$ (funciona também com retas verticais).

VERSO

12

$m_1 = m_2$ e $b_1 \neq b_2$: paralelas distintas. $m_1 = m_2$ e $b_1 = b_2$: coincidentes (mesma reta). $m_1 \neq m_2$: concorrentes — e se $m_1 m_2 = -1$ são perpendiculares.