

Teste de Matemática — Trigonometria

11.º Ano Matemática A 10 questões 20 valores 3 páginas

Instruções: resolve todas as questões, apresentando os cálculos e a justificação do sinal das razões trigonométricas. Usa valores exatos (π , $\sqrt{}$) sempre que possível e arredonda a 2 casas decimais quando for pedido. Duração: 90 minutos.

Grupo I — Círculo trigonométrico e razões

1. (2 valores) Converte: a) 210° em radianos · b) $5\pi/4$ em graus.

2. (2 valores) Escreve $-7\pi/3$ na forma $\alpha + 2k\pi$, com $\alpha \in [0, 2\pi[$, e indica o quadrante do ângulo.

3. (2 valores) Calcula o valor exato de: a) $\sin(150^\circ)$ · b) $\cos(-\pi/3)$ · c) $\operatorname{tg}(5\pi/4)$.

4. (2 valores) Sabendo que $\cos \alpha = -3/5$ e que α pertence ao 3.º quadrante, determina $\sin \alpha$ e $\operatorname{tg} \alpha$, justificando o sinal de cada uma.

Grupo II — Equações e funções trigonométricas

5. (2 valores) Resolve, em $[0, 2\pi[$, a equação $\sin x = \sqrt{2}/2$.

6. (2 valores) Resolve em $\mathbb{R}$ a equação $\cos(2x) = 1/2$ e apresenta a solução geral.

7. (2 valores) Considera a função $f(x) = 4 + 3 \sin(\pi x/6)$. Indica a amplitude, o período, o máximo e o mínimo e interpreta o valor médio no contexto de um modelo de temperatura.

Grupo III — Resolução de triângulos

8. (2 valores) Num triângulo ABC, $b = 6$ cm, $c = 8$ cm e $A = 60^\circ$. Determina o lado a (valor exato).

9. (2 valores) Num triângulo ABC, $A = 30^\circ$, $B = 45^\circ$ e $a = 12$ cm. Determina C e o lado b (valor exato).

10. (2 valores) De um ponto A do solo vê-se o topo de uma torre sob um ângulo de elevação de 30° . Avançando 20 m na direção da torre, o ângulo passa a ser 60° . Determina a altura da torre (valor exato).

Fim da prova. Total: 20 valores.

Soluções e critérios de classificação

1. (2 v) a) $210 \times \pi/180 = 7\pi/6$ b) $5\pi/4 = 5 \times 45^\circ = 225^\circ$.

2. (2 v) $-7\pi/3 + 2\pi = -\pi/3$; e $-\pi/3 + 2\pi = 5\pi/3$ ($\alpha \in [0, 2\pi[$). Como $5\pi/3 = 300^\circ$, o ângulo pertence ao **4.º quadrante**.

3. (2 v) a) 150° é do 2.º quadrante: $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = 1/2$ b) o cosseno é par: $\cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$ c) $5\pi/4 = 225^\circ$ (3.º); $\tan 225^\circ = \tan 45^\circ = 1$.

4. (2 v) $\sin \alpha = \pm\sqrt{1 - 9/25} = \pm 4/5$. No 3.º quadrante o seno é negativo $\rightarrow$ **sen $\alpha = -4/5$** . $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha = (-4/5) \div (-3/5) = 4/3$ (positiva, como se espera no 3.º quadrante).

5. (2 v) $\sin x = \sqrt{2}/2 \rightarrow x = \pi/4 + 2k\pi \vee x = 3\pi/4 + 2k\pi$. Em $[0, 2\pi[$: **$x = \pi/4$ e $x = 3\pi/4$** .

6. (2 v) $2x = \pi/3 + 2k\pi \vee 2x = -\pi/3 + 2k\pi \rightarrow$ dividindo por 2: **$x = \pi/6 + k\pi \vee x = -\pi/6 + k\pi$** , $k \in \mathbb{Z}$ (note-se que a periodicidade passa a $k\pi$, e não $2k\pi$).

7. (2 v) **Amplitude 3, período $2\pi \div (\pi/6) = 12$, máximo 7 e mínimo 1**. O valor médio é **$a = 4$** : no contexto de um modelo de temperatura, é a temperatura média em torno da qual a grandeza oscila ± 3 graus.

8. (2 v) $a^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \times 6 \times 8 \times \cos 60^\circ = 36 + 64 - 48 = 52 \rightarrow a = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ **cm** ($\approx 7,21$ cm).

9. (2 v) $C = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$. $b = a \sin B / \sin A = 12 \times \sin 45^\circ / \sin 30^\circ = 12 \times (\sqrt{2}/2) \div (1/2) = 12\sqrt{2}$ **cm** ($\approx 16,97$ cm).

10. (2 v) Com $h = d \tan 30^\circ$ e $h = (d - 20) \tan 60^\circ$: $d/\sqrt{3} = \sqrt{3}(d - 20) \rightarrow d = 3d - 60 \rightarrow d = 30$ m. Logo $h = 30 \tan 30^\circ = 30/\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ **m** ($\approx 17,32$ m).

CrITÉRIOS: em cada questão, a cotação distribui-se pelo processo de resolução (fórmula/lei correta e substituição) e pelo resultado. Nos valores exatos, a resposta não simplificada ou arredondada perde pontuação parcial; a justificação do sinal pelo quadrante é exigida nas questões 3 e 4.