

Simulação de Exame — Trigonometria e produto escalar

11.º Ano

Matemática A

10 questões

20 valores

3 páginas

Formato Exame Nacional. Apresenta todos os cálculos e justificações; nos valores exatos não uses aproximações (indica $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$); nas questões que peçam justificação geométrica, enuncia o resultado usado (fórmula fundamental, lei dos senos ou dos cossenos, produto escalar). Duração: 90 minutos.

Grupo I — Trigonometria

1. (2 valores) Reduz $-7\pi/3$ ao intervalo $[0, 2\pi[$ e indica os valores exatos de $\sin$ e $\cos$ do ângulo obtido.
2. (2 valores) Determina os valores exatos de $\sin 150^\circ$ e $\operatorname{tg} 225^\circ$, justificando por redução ao 1.º quadrante.
3. (2 valores) Sabe-se que $\sin \alpha = 3/5$ e que $\alpha \in]0, \pi/2[$. Usando a fórmula fundamental da trigonometria, calcula $\cos \alpha$ e $\operatorname{tg} \alpha$.
4. (2 valores) Resolve, em $[0, 2\pi[$, a equação $\sin x = \sqrt{2}/2$.

5. (2 valores) Resolve, em $[0, 2\pi[$, a equação $2 \sin x - 1 = 0$.

6. (2 valores) Num triângulo, $a = 10$, $A = 30^\circ$ e $B = 45^\circ$. Usando a lei dos senos, determina b (valor exato).

7. (2 valores) Num triângulo, $b = 7$, $c = 5$ e o ângulo $A = 60^\circ$. Usando a lei dos cossenos, determina a (valor exato) e indica um valor aproximado às centésimas.

Grupo II — Produto escalar e retas

8. (2 valores) Para os vetores $u = (2, -3)$ e $v = (4, 1)$, calcula $u \cdot v$, as normas $\|u\|$ e $\|v\|$ e o ângulo entre os vetores (valor aproximado à décima de grau).

9. (2 valores) Determina o valor de k para o qual os vetores $u = (k, 3)$ e $v = (2, -4)$ são perpendiculares.

10. (2 valores) Uma reta tem declive $m = -1$. Indica a sua inclinação e o declive de uma reta perpendicular a $y = 2x + 1$.

Soluções e critérios de classificação

1. Soma-se 2π : $-7\pi/3 + 2\pi = -\pi/3$, e novamente $-\pi/3 + 2\pi = 5\pi/3$. Ângulo do 4.º quadrante, com $5\pi/3 = 2\pi - \pi/3$, logo $\sin(5\pi/3) = -\sin(\pi/3) = -\sqrt{3}/2$ e $\cos(5\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$.

2. $\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 1/2$ (2.º quadrante, seno positivo). $\tan 225^\circ = \tan(180^\circ + 45^\circ) = \tan 45^\circ = 1$ (3.º quadrante, tangente positiva).

3. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - 9/25 = 16/25$. Como α está no 1.º quadrante, $\cos \alpha > 0$, logo $\cos \alpha = 4/5$. Então $\tan \alpha = (3/5)/(4/5) = 3/4$.

4. $\sin x = \sqrt{2}/2 \rightarrow x = \pi/4$ ou $x = \pi - \pi/4 = 3\pi/4$. Soluções: $x = \pi/4$ ou $x = 3\pi/4$.

5. $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1/2 \rightarrow x = \pi/6$ ou $x = \pi - \pi/6 = 5\pi/6$. Soluções: $x = \pi/6$ ou $x = 5\pi/6$.

6. Lei dos senos: $b/\sin B = a/\sin A \rightarrow b = 10 \times \sin 45^\circ / \sin 30^\circ = 10 \times (\sqrt{2}/2)/(1/2) = 10\sqrt{2} \approx 14,14$.

7. Lei dos cossenos: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 49 + 25 - 2 \times 7 \times 5 \times \cos 60^\circ = 74 - 70 \times 0,5 = 39$, logo $a = \sqrt{39} \approx 6,24$.

8. $u \cdot v = 2 \times 4 + (-3) \times 1 = 8 - 3 = 5$; $\|u\| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$; $\|v\| = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$. $\cos \theta = 5/(\sqrt{13} \times \sqrt{17}) = 5/\sqrt{221} \approx 0,3363 \rightarrow \theta \approx 70,3^\circ$.

9. Perpendiculares $\Leftrightarrow u \cdot v = 0 \Leftrightarrow 2k + 3 \times (-4) = 0 \Leftrightarrow 2k = 12 \Leftrightarrow k = 6$.

10. A inclinação θ satisfaz $\tan \theta = m = -1$. Como a inclinação está em $[0^\circ, 180^\circ[$ e a tangente é negativa no 2.º quadrante, $\theta = 135^\circ$. A condição de perpendicularidade é o produto dos declives igual a -1 : $m' \times 2 = -1 \rightarrow m' = -1/2$.

CrITÉRIOS: 2 valores por questão — 1,2 valores para o processo e 0,8 valores para o resultado. Nos valores exatos, uma resposta decimal não exata não obtém cotação total. **Nota:** esta simulação treina o formato e o nível de exigência do Exame Nacional no âmbito do 11.º ano; não é uma reprodução de prova oficial.