

Simulação de Exame — Prova global de 11.º ano

11.º Ano

Matemática A

10 questões

20 valores

3 páginas

Formato Exame Nacional — duas partes. A **Parte I** resolve-se **sem calculadora** (valores exatos exigidos); a **Parte II** permite **calculadora não gráfica** e pede aproximações às centésimas. Apresenta todos os cálculos. Duração: 90 minutos.

Parte I — Sem calculadora (questões 1 a 5)

1. (2 valores) Indica os valores exatos de $\sin(2\pi/3)$ e $\cos(2\pi/3)$, justificando por redução ao 1.º quadrante.

2. (2 valores) Determina o valor de k para o qual os vetores $u = (3, k)$ e $v = (-2, 4)$ são perpendiculares.

3. (2 valores) Quantos números de 3 algarismos distintos se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

4. (2 valores) Numa progressão aritmética $u_3 = 11$ e $u_7 = 27$. Determina a razão e o primeiro termo.

5. (2 valores) Determina, sem efetuar a divisão, o resto da divisão de $P(x) = x^3 - 2x + 5$ por $(x + 1)$.

Parte II — Com calculadora (questões 6 a 10)

6. (2 valores) Numa progressão geométrica $u_1 = 5$ e razão $r = 3$. Calcula o quinto termo e a soma dos 5 primeiros termos.

7. (2 valores) Depositaram-se 1 500 € a juros compostos, à taxa anual de 2,5%. Qual é o capital ao fim de 4 anos? (aproxima às centésimas)

8. (2 valores) Para $f(x) = 2 + \frac{6}{x-3}$, indica o domínio, as assíntotas e os pontos de interseção com os eixos coordenados.

9. (2 valores) Escreve a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 - 3x$ no ponto de abcissa $x = 2$.

10. (2 valores) Um retângulo tem 36 cm² de área. Determina as dimensões do retângulo de perímetro mínimo e indica esse perímetro.

Soluções e critérios de classificação

1. $2\pi/3 = \pi - \pi/3$, logo $\sin(2\pi/3) = \sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ (2.º quadrante, seno positivo) e $\cos(2\pi/3) = -\cos(\pi/3) = -1/2$ (2.º quadrante, cosseno negativo).
2. Perpendiculares $\Leftrightarrow u \cdot v = 0 \Leftrightarrow 3 \times (-2) + 4k = 0 \Leftrightarrow 4k = 6 \Leftrightarrow k = 1,5$.
3. Algarismos distintos e a ordem conta (forma números diferentes): $5 \times 4 \times 3 = 60$ números.
4. $u_7 - u_3 = 4r \rightarrow 27 - 11 = 4r \rightarrow r = 4$. Então $u_1 = u_3 - 2r = 11 - 8 = 3$ (confirmação: $u_7 = 3 + 6 \times 4 = 27$ ✓).
5. Pelo teorema do resto: $P(-1) = (-1)^3 - 2(-1) + 5 = -1 + 2 + 5 = 6$.
6. $u_5 = u_1 \times r^4 = 5 \times 81 = 405$. $S_5 = u_1(1 - r^5)/(1 - r) = 5 \times (1 - 243)/(1 - 3) = 5 \times (-242)/(-2) = 605$.
7. $C_4 = C_0 \times (1 + i)^4 = 1\,500 \times 1,025^4 = 1\,500 \times 1,103813... = 1\,655,72 \text{ €}$ (juro de 155,72 €).
8. Domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$; assíntota vertical $x = 3$; assíntota horizontal $y = 2$. Com Oy: $f(0) = 2 + 6/(0 - 3) = 2 - 2 = 0 \rightarrow (0, 0)$. Com Ox: $2 + 6/(x - 3) = 0 \Leftrightarrow 6/(x - 3) = -2 \Leftrightarrow x - 3 = -3 \Leftrightarrow x = 0 \rightarrow$ o mesmo ponto $(0, 0)$, que é assim o único ponto de interseção com os eixos.
9. $f(2) = 8 - 6 = 2$; $f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow f'(2) = 12 - 3 = 9$. Reta tangente: $y = 2 + 9(x - 2) \rightarrow y = 9x - 16$.
10. Se um lado mede x , o outro mede $36/x$ (área 36). Perímetro: $P(x) = 2x + 72/x$, com $x > 0$. $P'(x) = 2 - 72/x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 6$ (positivo) e, como P' passa de $-$ para $+$, é mínimo. O retângulo é um quadrado de $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$, com perímetro 24 cm .

Critérios: 2 valores por questão — 1,2 valores para o processo e 0,8 valores para o resultado. Na Parte I, respostas decimais aproximadas **não** obtêm cotação total (os valores têm de ser exatos). **Nota:** esta simulação treina o formato e o nível de exigência do Exame Nacional no âmbito do 11.º ano; não é uma reprodução de prova oficial.