

Simulação de Exame — Matemática Discreta

11.º Ano

Matemática A

10 questões

20 valores

3 páginas

Formato Exame Nacional. Apresenta todos os cálculos. Nas questões de contagem, indica sempre o modelo usado (princípio da multiplicação, arranjo, permutação ou combinação); nas sucessões, escreve o termo geral antes de calcular somas. Duração: 90 minutos.

Grupo I — Contagem

1. (2 valores) Quantos códigos se podem formar com 4 letras (de um alfabeto de 26) seguidas de 3 dígitos (de 0 a 9), podendo repetir-se letras e dígitos?

2. (2 valores) Numa corrida participam 12 atletas. De quantas maneiras se pode formar o pódio (1.º, 2.º e 3.º lugares)?

3. (2 valores) Quantas sequências diferentes de letras se podem obter com as letras da palavra: a) ESCOLA · b) BANANA?

4. (2 valores) De um grupo de 10 alunos pretende-se escolher uma comissão de 3, sem distinção de funções. Quantas comissões diferentes se podem formar?

5. (2 valores) Determina o coeficiente de x^4 no desenvolvimento de $(x + 2)^6$, usando o termo geral do binómio de Newton.

Grupo II — Sucessões e progressões

6. (2 valores) Numa progressão aritmética $u_1 = 7$ e razão $r = 4$. Escreve o termo geral e calcula o vigésimo termo e a soma dos 20 primeiros termos.

7. (2 valores) Numa progressão geométrica $u_1 = 3$ e razão $r = 2$. Calcula a soma dos 8 primeiros termos.

8. (2 valores) Calcula a soma de todos os termos da sucessão 8, 4, 2, 1, ... e justifica a convergência.

Grupo III — Aplicações

9. (2 valores) Depositaram-se 2 000 € a juros compostos, à taxa anual de 3%. Qual é o capital ao fim de 5 anos? (apresenta o resultado com duas casas decimais)

10. (2 valores) (Python) Escreve um programa que calcule a soma dos 10 primeiros termos da sucessão de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...) e indica o valor impresso.

```
n = 10
a, b = 1, 1
soma = 0
for _ in range(n):
    soma += a
    a, b = b, a + b
print(soma)
```

Soluções e critérios de classificação

1. Princípio da multiplicação (com repetição permitida): $26^4 \times 10^3 = 456\,976 \times 1\,000 = \mathbf{456\,976\,000}$ códigos.
 2. A ordem conta e não há repetição: arranjo simples ${}^{12}A_3 = \mathbf{12 \times 11 \times 10 = 1\,320}$ maneiras.
 3. a) ESCOLA tem 6 letras todas distintas: $\mathbf{6! = 720}$ b) BANANA tem 6 letras com o A repetido 3 vezes e o N 2 vezes: $\mathbf{6!/(3! \times 2!) = 720/12 = 60}$.
 4. A ordem não conta: combinação ${}^{10}C_3 = \mathbf{10!/(3! \times 7!) = 120}$ comissões.
 5. Termo geral: $T_{(k+1)} = {}^6C_k \cdot x^{6-k} \cdot 2^k$. Para o expoente 4 de x: $6 - k = 4 \Leftrightarrow k = 2$. Coeficiente: ${}^6C_2 \times 2^2 = 15 \times 4 = \mathbf{60}$.
 6. $u_n = u_1 + (n - 1)r = 7 + 4(n - 1) \rightarrow \mathbf{u_n = 4n + 3}$. $u_{20} = 4 \times 20 + 3 = \mathbf{83}$. $S_{20} = 20 \times (u_1 + u_{20})/2 = 20 \times 90/2 = \mathbf{900}$.
 7. $S_8 = u_1(1 - r^8)/(1 - r) = 3 \times (1 - 256)/(1 - 2) = 3 \times (-255)/(-1) = \mathbf{765}$.
 8. É uma progressão geométrica de razão $r = 1/2$, com $|r| < 1$, logo a soma converge para $S = u_1/(1 - r) = 8/(1 - 1/2) = 8/(1/2) = \mathbf{16}$.
 9. Juros compostos: $C_5 = C_0 \times (1 + i)^5 = 2\,000 \times 1,03^5 = 2\,000 \times 1,159274... = \mathbf{2\,318,55 \text{ €}}$ (juro de 318,55 €).
 10. O programa imprime **143**. Os 10 primeiros termos de Fibonacci são 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 e a sua soma é 143. Note-se que a sucessão se define por recorrência ($F_1 = F_2 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) e que o programa mantém apenas os dois termos anteriores em memória.
- CrITÉrios:** 2 valores por questão — 1,2 valores para o processo (identificação do modelo, fórmula ou algoritmo) e 0,8 valores para o resultado. Na questão 4, não se atribui cotação total se o aluno usar arranjo (a ordem não conta). **Nota:** esta simulação treina o formato e o nível de exigência do Exame Nacional no âmbito do 11.º ano; não é uma reprodução de prova oficial.