

Ficha 20 — Trabalho de projeto: poupança e cenários financeiros

11.º Ano

Matemática A

4 páginas

12 tarefas

Projeto: Vais analisar planos de poupança em cenários financeiros reais. O objetivo é escolher o modelo matemático adequado (aritmético ou geométrico), prever valores futuros, inverter a questão para descobrir *quanto tempo* é preciso e comparar alternativas com base em números.

Revisão rápida — modelar, prever e decidir

- **Passos de um trabalho de projeto:** (1) identificar as grandezas; (2) reconhecer o modelo — *soma constante* → PA, *multiplicação por fator constante* → PG; (3) escrever o termo geral; (4) calcular, prever e comparar; (5) tirar conclusões e comunicá-las.
- **Poupança sem juros** (depósito fixo por período): modelo **aritmético** → $C_n = C_0 + n \times d$ (d = depósito por período).
- **Capital com juros compostos:** modelo **geométrico** → $C_n = C_0 \times (1 + i)^n$ (i = taxa por período).
- **Inverter o problema:** para saber *quando* se atinge um objetivo resolve-se uma **inequação** ($C_0(1+i)^n \geq \text{objetivo}$) — em geral com logaritmos, ou por tentativas organizadas (folha de cálculo).
- **Folha de cálculo:** cada linha é um período; uma **fórmula relativa** (ex.: =A2+50) copia-se para baixo, e uma **referência absoluta** (ex.: \$B\$1) fixa um valor (a taxa). Comparar cenários = duplicar a coluna e mudar o parâmetro.

Tarefas do projeto

1. Identifica o modelo: classifica como aritmético ou geométrico: a) depositar 50 € por mês numa conta sem juros · b) um capital de 1 000 € a 2% ao ano · c) um salário que aumenta 30 € por ano · d) uma máquina que perde 10% do valor por ano.

2. Cenário A: depositas 50 € por mês numa conta sem juros. Qual é o saldo ao fim de 24 meses? Escreve o termo geral deste cenário.

3. Cenário B: aplicas 1 000 € a 2% ao ano, com capitalização anual. Qual é o valor ao fim de 5 anos (arredonda aos centimos)? Escreve o termo geral.

4. Comparar cenários: ao fim de 24 meses, qual dos cenários (A ou B) dá o saldo mais alto? Calcula os dois valores e conclui.

5. Folha de cálculo: para o cenário A, escreve as fórmulas das células: a) A1 = 0 (saldo inicial) · b) A2 (saldo ao fim do 1.º mês) · c) B1 = 0,02 (taxa anual do cenário B) e C2 para o cenário B. Explica a diferença entre =A2+50 e =\$B\$1.

6. Objetivo inverso: quantos meses são necessários, no cenário A, para juntar 600 €?

7. Objetivo inverso com juros: a partir de 1 000 € a 2% ao ano, ao fim de quantos anos o capital ultrapassa 1 100 € pela primeira vez?

8. Plano de pagamento: um equipamento de 1 200 € é pago em 12 prestações iguais, sem juros. Qual é o valor de cada prestação? Que tipo de sucessão descreve o valor em dívida ao longo do tempo?

9. Meta de poupança: queres juntar 1 500 € para uma viagem, depositando 75 € por mês (sem juros). Quantos meses demora? Se começas a poupar em janeiro de 2026, em que mês atinges a meta?

10. Juros simples vs. compostos: compara 1 000 € a 5% ao ano, durante 10 anos, nos dois regimes. Quantos euros de diferença há no fim?

11. V/F — corrige as falsas: a) uma poupança de valor fixo por mês é uma PG · b) os juros compostos crescem mais depressa do que os simples · c) numa folha de cálculo a referência \$B\$1 fica fixa ao copiar · d) «ao fim de quantos anos» resolve-se com uma inequação · e) numa PG de razão menor que 1 o capital cresce.

12. (Python) Escreve um programa que determine em quantos anos um capital de 1 000 € a 2% ao ano (capitalização anual) duplica. Quantos anos são? (Atenção: verifica o valor do último ano — pode ficar ligeiramente abaixo de 2 000 €.)

```
capital = 1000.0
anos = 0
while capital < 2000:
    capital *= 1.02
    anos += 1
print(anos)
```

Dica: antes de calcular, escreve sempre os dados numa tabela (capital inicial, taxa, período, objetivo). Nos problemas «ao fim de quanto tempo» a resposta é um *número inteiro de períodos* — testa o valor anterior e o seguinte, porque o resultado teórico pode não ser inteiro.

Soluções — Trabalho de projeto

1. a) **Aritmético** (soma-se sempre o mesmo valor: 50 €) b) **Geométrico** (multiplica-se pelo fator constante 1,02) c) **Aritmético** (acréscimo fixo de 30 €) d) **Geométrico** (multiplica-se por 0,9 — decrescente, mas mesmo assim geométrico).

2. Saldo: $50 \times 24 = 1\,200$ €. Termo geral: $u_n = 50n$ (n em meses), ou seja $C_n = 0 + 50n$ — uma PA de razão 50.

3. $C_5 = 1\,000 \times 1,02^5 = 1\,000 \times 1,1040808 = 1\,104,08$ €. Termo geral: $C_n = 1\,000 \times 1,02^n$ — uma PG de razão 1,02.

4. Cenário A: 1 200,00 €. Cenário B (2 anos): $1\,000 \times 1,02^2 = 1\,000 \times 1,0404 = 1\,040,40$ €. Conclusão: **no horizonte de 2 anos, o cenário A dá mais 159,60 €** (1 200,00 – 1 040,40) porque o depósito mensal acrescenta capital novo, enquanto no cenário B só rendem os juros.

5. a) $A_1 = 0$ b) $A_2 = A_1 + 50$, isto é, cada linha soma 50 € ao saldo da linha anterior c) $B_1 = 0,02$ e $C_2 = C_1 \times (1 + 0,02)$. A referência **relativa** (A_2) muda quando a fórmula é copiada para outras linhas; a **absoluta** (B_1) fica sempre a apontar para a célula da taxa.

6. $600 \div 50 = 12$ meses (1 ano).

7. É preciso $1\,000 \times 1,02^n > 1\,100 \Leftrightarrow 1,02^n > 1,1$. Teoricamente $n > 4,81$ anos, pelo que o primeiro ano inteiro é $n = 5$: $1\,000 \times 1,02^5 = 1\,104,08$ € > 1 100 € (no 4.º ano só se atingiriam 1 082,43 €).

8. $1\,200 \div 12 = 100$ € por prestação. O valor em dívida diminui 100 € por mês: uma **PA decrescente** de razão –100 (1 200, 1 100, 1 000, ...).

9. $1\,500 \div 75 = 20$ meses, o que corresponde a **agosto de 2027** (começando em janeiro de 2026 = mês 1, os 12 primeiros depósitos levam a dezembro de 2026 e mais 8 meses levam a agosto de 2027).

10. Juros simples: $1\,000 \times (1 + 10 \times 0,05) = 1\,500$ €. Juros compostos: $1\,000 \times 1,05^{10} = 1\,628,89$ €. Diferença: **128,89 €** a favor dos juros compostos.

11. a) **F** — uma poupança de valor fixo é uma **PA** (soma-se sempre o mesmo valor) b) **V** — porque o juro passa a incidir também sobre os juros anteriores c) **V** d) **V** e) **F** — com $0 < r < 1$ o capital **diminui** (é o caso de uma depreciação).

12. O programa imprime **36**: ao fim de 35 anos o capital seria 1 999,89 € (ainda abaixo de 2 000 €) e só no **36.º ano** ultrapassa o dobro (2 039,89 €). Confirma que, em problemas de tempo, o resultado exato (35,00 anos) tem de ser convertido no primeiro período inteiro que cumpre o objetivo.

Nota de projeto: termina sempre com uma conclusão escrita — *que cenário escolherias e porquê*, apoiada nos valores calculados e não apenas numa impressão.