

Ficha 2 — Modelos matemáticos na partilha: método de Hondt e método de St. Lagué

10.º Ano

Matemática A

4 páginas

12 exercícios

Objetivo: Compreender a partilha proporcional de mandatos, aplicar os métodos de Hondt e de St. Lagué, comparar vantagens e limitações e perceber que métodos diferentes geram distribuições diferentes para a mesma votação.

Revisão rápida

- **Partilha proporcional:** os M mandatos são atribuídos *proporcionalmente* aos votos — mas votos/mandatos raramente dão números inteiros → cada método resolve o arredondamento à sua maneira.
- **Método de Hondt:** gera os quocientes $v/1, v/2, v/3, v/4, \dots$ de cada lista; atribui cada mandato à maior quociente ainda disponível.
- **Método de St. Lagué:** idêntico, mas só com divisores *ímpares*: $v/1, v/3, v/5, \dots$ — o 2.º mandato de uma lista «custa» mais caro → **tende a favorecer as listas pequenas** face a Hondt.
- **Contexto:** eleições autárquicas (assembleias municipais/freguesias) e legislativas (Hondt por círculo) em Portugal; St. Lagué usado noutros países (Alemanha federal). Exemplo clássico de divergência: **eleições europeias de 1987**.

Exercícios

1. Por que não basta atribuir mandatos «ao vencedor» numa lista de 6 lugares? Define partilha proporcional e a ideia que visa (1 frase).

2. 3 listas — $A = 6\,800$ votos, $B = 5\,200$, $C = 3\,300$ (total = 15 300). Calcula as % (1 casa) $A __ B __ C __$ e os mandatos «teóricos» com 6 lugares: $A __ B __ C __$ (soma 6?) $__$

3. Hondt — caso pequeno: $A = 100$, $B = 60$, $C = 40$ votos; 3 mandatos. a) escreve os quocientes $/1, /2, /3$ de cada lista b) ordena os 9 quocientes e atribui os 3 mandatos → $A __ B __ C __$

4. St. Lagué — mesmo caso: a) quocientes com divisores 1, 3, 5 b) atribui os 3 mandatos → $A __ B __ C __$ c) os métodos deram o mesmo resultado? $__$ — o que isto mostra? (1 frase)

5. Hondt — caso grande: com A = 6 800, B = 5 200, C = 3 300 e 6 mandatos: monta a tabela de quocientes ($1/.../4$) e atribui $\rightarrow$ A __ B __ C __ — compara com os mandatos teóricos do ex. 2: o método arredonda para cima ou para baixo em cada caso?

6. Vantagens e limitações: a) por que é que Hondt *tende a favorecer* listas grandes? (compara o «preço» do 2.º mandato: v/2 vs. v/3) b) por que é que St. Lagué corrige isso? c) limitação comum dos dois: ____

7. Contexto autárquico: freguesia com 6 mandatos — A (Partido X) 1 540 votos, B 1 120, C 980. Aplica Hondt e atribui os 6 mandatos (tabela mínima /1.../3).

8. Europeias 1987: os documentos oficiais mostram que métodos de partilha diferentes geraram distribuições diferentes *com os mesmos votos*. a) por que aconteceu? (arredondamentos sucessivos) b) o que se conclui sobre a «neutralidade» do método?

9. Algoritmo (Python):

```
v=[6800,5200,3300]
divisores=[1,2,3,4]
q=[]
for i in range(len(v)):
    for d in divisores:
        q.append((v[i]/d, i))
q.sort(reverse=True)
print(q[:6])
```

a) o que guarda cada tuplo __ b) para *St. Lagué*, que linha se altera? __ c) imprime os 6 primeiros → mandatos de A, B, C: __

10. Maior resto (sem método de quocientes): com 4 mandatos e $A = 50\%$, $B = 30\%$, $C = 20\%$: a) mandatos exatos ___ b) parte inteira: ___ + resto que sobra: ___ c) distribuição final: A ___ B ___ C ___ (soma 4?) ___

11. Partilha não eleitoral: uma escola distribui 10 computadores por 3 departamentos com 18, 14 e 8 professores. a) por departamento, quantos teóricos? ___ b) aplica o maior resto $\rightarrow$ A ___ B ___ C ___ c) é o mesmo que Hondt dá? Testa (divisores $/1, /2$).

12. Produção: A vossa associação vai repartir 7 lugares entre 3 listas (imagina votações: 142, 106, 62). Escolhe UM método e justifica em 3 frases: 2 vantagens (com números) + 1 limitação do método escolhido.

Soluções — Ficha 2: Partilha proporcional (Hondt e St. Lagué)

1. Com 6 lugares, dar tudo ao vencedor desperdiça votos das outras listas — a partilha *proporcional* distribui os mandatos na proporção dos votos, para que a assembleia reflita o eleitorado (decisão coletiva justa).

2. $A = 6800/15300 = 44,4\%$ · $B = 34,0\%$ · $C = 21,6\%$ → teóricos (×6): $A = 2,67$ · $B = 2,04$ · $C = 1,30$ (soma 6,01 por arredondamento).

3. a) $A: 100, 50, 33,3$ · $B: 60, 30, 20$ · $C: 40, 20, 13,3$ b) ordenados: 100(A), 60(B), 50(A), 40(C), 33,3(A), 30(B)... → **A = 2, B = 1, C = 0**.

4. a) $A: 100, 33,3, 20$ · $B: 60, 20, 12$ · $C: 40, 13,3, 8$ b) ordenados: 100(A), 60(B), 40(C) → **A = 1, B = 1, C = 1** c) **Não** — com os mesmos votos, a escolha do método mudou o vencedor do 3.º mandato: **nenhum método é neutro**.

5. Quocientes: $A: 6800, 3400, 2266,7, 1700$ · $B: 5200, 2600, 1733,3, 1300$ · $C: 3300, 1650, 1100$. Top 6: 6800(A), 5200(B), 3400(A), 3300(C), 2600(B), 2266,7(A) → **A = 3, B = 2, C = 1**. vs. teóricos (2,67 / 2,04 / 1,30): **A sobe** (2,67 → 3), **B mantém** (2,04 → 2), **C desce** (1,30 → 1) — cada arredondamento é decidido pela ordem na fila de quocientes.

6. a) em Hondt o 2.º mandato custa $\sqrt{2}$ (meio valor — barato para quem tem muitos votos), enquanto St. Lagué exige $\sqrt{3}$ → listas grandes avançam mais depressa em Hondt b) St. Lagué torna mais caros os mandatos intermédios → dá mais hipótese às listas pequenas (ex. 4: C entra) c) ambos dependem dos círculos/partição — podem ser «afinados» para favorecer alguém (limitação democrática).

7. Total = 3 640. Quocientes $A: 1540, 770, 513,3$ · $B: 1120, 560, 373,3$ · $C: 980, 490, 326,7$. Top 6: 1540(A), 1120(B), 980(C), 770(A), 560(B), 513,3(A) → **A = 3, B = 2, C = 1**.

8. a) cada mandato é um arredondamento sucessivo do quociente — quem é 1.º na fila captura o lugar antes de outro; mudar os divisores muda a fila b) o método **não é neutro**: a regra é uma escolha política que influencia a distribuição final.

9. a) tuplo = (quociente, índice da lista) — voto da lista i dividido pelo divisor atual b) $\text{divisores} = [1, 3, 5]$ c) ordenado: (6800,0), (5200,1), (3400,0), (3300,2), (2600,1), (2266,67,0) → **A = 3, B = 2, C = 1** (índices 0,1,0,2,1,0).

10. a) $A = 2,0$ · $B = 1,2$ · $C = 0,8$ b) parte inteira: $2 + 1 + 0 = 3$ · resto maior = C (0,8) c) **A = 2, B = 1, C = 1** (soma 4 ✓).

11. a) total = 40 professores → teóricos: $A = 18/40 \times 10 = 4,5$ · $B = 14/40 \times 10 = 3,5$ · $C = 8/40 \times 10 = 2,0$ b) parte inteira: $4+3+2 = 9$ · sobra 1 lugar → maior resto = empate A (0,5) e B (0,5) → fica a A (lista maior) → **A = 5, B = 3, C = 2** (soma 10 ✓) c) Hondt: quocientes $A: 18, 9, 6, 4,5, 3,6$ · $B: 14, 7, 4,67, 3,5$ · $C: 8, 4, 2,67$ → fila: 18A, 14B, 9A, 8C, 7B, 6A, 4,67B, 4,5A, 4C, 3,6A → **A = 5, B = 3, C = 2** — **coincidem** neste caso (o empate de restos foi para A, como a fila de Hondt faria).

12. (modelo) Escolho **Hondt**: 1) é o método legal nas legislativas — comparável com resultados reais (142/106/62 → total 310: A 45,8%, B 34,2%, C 20,0%) 2) quocientes fáceis de calcular em folha de cálculo — 7 lugares dão $A = 4, B = 2, C = 1$ (fila: 142, 71, 47,3... / 106, 53, 35,3... / 62, 31...) · limitação: St. Lagué daria mais hipótese às listas pequenas — a escolha do método altera o resultado, logo não é neutra.