

Teste de Geometria (10.º Ano)

10 questões · 20 valores · 90 min

Matemática A

Tema 4

Sem consultas

Instruções: Responde de forma completa e justificada. Atenção: identifica sempre as retas/pontos usados; nas contas, mostra os passos.

Q1 (2 v) Identifica os pontos notáveis: a) interseção das mediatrizes → ___ b) das alturas → ___ c) das bissetrizes → ___ d) das medianas → ___ e) qual deles equidista dos vértices? ___

Q2 (2 v) Baricentro e Euler: a) G corta a mediana: $AG : GM = __$ b) as 3 medianas formam 6 triângulos de área = ___ ($T = \text{área total}$) c) que 3 pontos são colineares na reta de Euler? ___ d) razão $OG : GH = __$

Q3 (2 v) Retângulo 3-4-5 (catetos 3 e 4, hipotenusa 5, vértice reto na origem, catetos nos eixos): a) onde está H? ___ b) onde está O? ___ c) raio da circunscrita = ___ d) raio da inscrita = $(3 + 4 - 5)/2 = __$.

Q4 (2 v) Distância e ponto médio: $A(-1, 4)$, $B(5, -2)$: a) $d(A, B) = \sqrt{(36 + 36)} = 6\sqrt{2} \approx __$ (2 dec.) b) $M = __$.

Q5 (2 v) Reta $r: y = -(2/3)x + 5$: a) declive ___ b) corte em OY ___ c) declive da reta perpendicular ___ d) $(3, 3)$ pertence? substitui: $-(2/3) \cdot 3 + 5 = __ \rightarrow __$.

Q6 (2 v) Circunferência $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$: a) escreve a equação reduzida ___ b) centro = ___ raio = ___ c) $(6, -2)$: substitui $\rightarrow$ dá ___ $< 25 \rightarrow$ ___ (dentro/de fora).

Q7 (2 v) Mediatriz de $A(2, 0)$ e $B(0, 4)$: a) $M = __$ b) declive de $AB = __ \rightarrow$ declive da mediatriz = ___ c) equação: $y = __$ d) confirma com um ponto da mediatriz: $(3, 3)$ está a igual distância de A e B? $d(P, A) = __$, $d(P, B) = __$.

Q8 (2 v) Vetores: $u = (2, -1, 4)$, $v = (-4, 2, -8)$: a) $|u| = \sqrt{21} \approx __$ (3 dec.) b) $v = \lambda u$ com $\lambda = __ \rightarrow$ são colineares? ___ c) o que a colinearidade garante sobre a reta de direção u ?

Q9 (2 v) Reta no espaço — $r = (1, 0, -2) + \lambda(2, 3, -1)$:

```
A=(1,0,-2); u=(2,3,-1); l=2
print(tuple(a+l*b for a,b in zip(A,u)))
```

a) imprime o ponto com $\lambda = 2$: ___ b) escreve a equação reduzida da mesma reta ___ c) $(0, 0, 0)$ pertence? testa: $-1/2 __ 0/3 \rightarrow __$.

Q10 (2 v) Produção (tese/objeção/réplica): «Um *único* ponto médio de uma corda determina o centro da circunferência.» — tese (2 razões contra) / objeção / réplica.

Soluções — Teste de Geometria (10.º Ano)

Q1. a) **circuncentro (O)** b) **ortocentro (H)** c) **incentro (I)** d) **baricentro (G)** e) **O** (circuncentro — daí a circunferência circunscrita passar pelos 3 vértices).

Q2. a) **2 : 1** ($AG = 2 \cdot GM$ — G a $2/3$ da mediana) b) **T/6** c) **H, G, O** (ortocentro, baricentro, circuncentro) d) **1 : 2** ($OG : GH$, com G entre O e H).

Q3. a) $H =$ **vértice do ângulo reto** (origem) — as alturas pelos vértices dos catetos são os próprios catetos b) $O =$ **ponto médio da hipotenusa** $= (1, 5; 2)$ c) $r = 5/2 =$ **2,5** (equidistante dos 3 vértices) d) $r = (3 + 4 - 5)/2 = 2/2 =$ **1** (raio da inscrita de triângulo retângulo).

Q4. a) $\Delta x = 6, \Delta y = -6 \rightarrow d = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \approx$ **8,49** b) $M = ((-1 + 5)/2; (4 + (-2))/2) =$ **(2 ; 1)**.

Q5. a) **-2/3** b) **5** c) $-1/(-2/3) =$ **3/2 = 1,5** (inverte e muda o sinal) d) $-(2/3) \cdot 3 + 5 = -2 + 5 =$ **3** $\rightarrow y = 3 \rightarrow$ **pertence** ✓.

Q6. a) completar quadrados: $(x - 3)^2 - 9 + (y + 2)^2 - 4 - 12 = 0 \rightarrow$ **$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$** b) centro **(3 ; -2)**, raio **5** c) $(6 - 3)^2 + (-2 + 2)^2 = 9 + 0 =$ **9** $< 25 \rightarrow$ **dentro**.

Q7. a) $M =$ **(1 ; 2)** b) declive $AB = (4 - 0)/(0 - 2) =$ **-2** $\rightarrow$ mediatriz $=$ **1/2 = 0,5** c) $y - 2 = 0,5(x - 1) \rightarrow$ **$y = 0,5x + 1,5$** d) (3, 3): $d(P, A) = \sqrt{1^2 + 3^2} =$ **$\sqrt{10} \approx 3,16$** $\cdot d(P, B) = \sqrt{3^2 + 1^2} =$ **$\sqrt{10} \approx 3,16$** — iguais ✓ (está na mediatriz: $3 = 0,5 \cdot 3 + 1,5$ ✓).

Q8. a) $\sqrt{21} \approx$ **4,583** b) (2, -1, 4) $\cdot$ (-2) = (-4, 2, -8) $\rightarrow \lambda =$ **-2** $\rightarrow$ **sim, colineares** ($\lambda < 0$: mesmo alinhamento, sentidos opostos) c) mesma direção $\rightarrow$ qualquer um serve de **vetor diretor** da reta (mudar a escala não muda a reta).

Q9. a) $(1 + 2 \cdot 2; 0 + 2 \cdot 3; -2 + 2 \cdot (-1)) =$ **(5, 6, -4)** b) $(x - 1)/2 = y/3 = (z + 2)/(-1)$ c) $-1/2 \neq 0/3 \rightarrow$ **não pertence** (os três quocientes têm de ser iguais para pertencer; aqui nem os dois primeiros coincidem).

Q10. **Tese (contra):** 1) O centro está sobre a **mediatriz** da corda — um ponto médio só dá *uma* reta de candidatos, não um ponto; 2) infinitas circunferências passam por uma corda dada (raios diferentes) — centros diferentes, todos na mediatriz. **Objeção:** «mas se tivermos *duas* cordas...» — com duas mediatrizes o centro sai. **Réplica:** exatamente — são necessárias **2 mediatrizes** (ou 3 pontos) para fixar O ; um único ponto médio é condição *necessária mas não suficiente*.

Correção: Q1–Q10, 2 valores cada = 20 valores.