

Teste — Funções

10.º Ano

Matemática A

3 páginas

Instruções: 10 questões · 20 valores · 90 minutos · 10.º Ano · Matemática A (Tema 3)

Elementos de identificação: Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/____

Calculadora permitida · Deixa os resultados exatos (frações) salvo indicação.

Uma associação de estudantes analisa dois modelos: a mensalidade de um espaço de estudo por horas (fórmulas afins) e o preço de um espetáculo com lugares (função quadrática de procura) — além de tarifas de ramos e distâncias (módulo).

Questões

1. (2 val) Conceitos: a) domínio de $f(x) = 1/(x - 3)$: __ b) imagem de $g(x) = x^2$ sobre $\mathbb{R}$: __ c) num gráfico, como se lê o objeto e a imagem de um valor? (1 frase)

2. (2 val) Afim: $f(x) = -4x + 7$: a) $a =$ __ b) $b =$ __ zero __ c) monotonia __ d) $f(2) =$ __

3. (2 val) Quadrática: $f(x) = x^2 + 2x - 3$: a) eixo de simetria __ b) vértice __ c) $\Delta = 4 + 12 =$ __ $\rightarrow$ zeros __ e __ (verifica por fatoração: $(x+3)(x-1)$).

4. (2 val) Sinal e monotonia (ex. 3): a) $f \geq 0$ para x __ b) $f < 0$ para x __ c) decrescente em __ e crescente em __ — confirma com o vértice.

5. (2 val) Resolvente: $3x^2 - 7x + 2 = 0$: a) $\Delta = 49 - 24 = ______$ b) $x = (7 \pm 5)/6 \rightarrow x = ______ e x = ______$ c) escreve na fatoração: $3x^2 - 7x + 2 = 3(x - ______)(x - ______)$.

6. (2 val) Transformações: $g(x) = -(x - 1)^2 + 4$ (partindo de $y = x^2$): a) vértice $______$ b) concavidade $______$ c) $g(0) = ______$ (o ponto (0,0) foi para onde?)

7. (2 val) Ramos: $g(x) = 2x$ se $x \leq 10$ · $g(x) = 3x - 10$ se $x > 10$: a) $g(8) = ______$ b) $g(15) = ______$ c) confirma a continuidade em $x = 10$: $______$

8. (2 val) Módulo: a) $|3x - 9| = 0 \rightarrow x = ______$ b) $|x - 2| \geq 4 \rightarrow$ resolve com os dois casos $\rightarrow x \in ______$ c) interpretação geométrica de $|x - 2| \geq 4$: $______$

9. (2 val) Algoritmo (Python):

```
def f(x): return x*x + 2*x - 3
print([f(x) for x in [-3,0,1]])
```

a) lista impressa $______$ b) o que «0» e «-3» dizem da função? $______$ c) qual o menor valor que f pode atingir (vértice)? $______$

10. (2 val) Afirmação: «Para prever, uma reta basta sempre — parábolas e ramos s  complicam.» Escreve: tese (quando a reta falha, com exemplo) $\rightarrow$ objeção (porquê a reta é por vezes a melhor escolha) $\rightarrow$ réplica (critério de decisão com dados).

Soluções — Teste: Funções

1. a) denominador $\neq 0 \rightarrow x \neq 3 \rightarrow$ domínio: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ ($=]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$) b) $x^2 \geq 0$ para todo $x \rightarrow$ imagem = $[0; +\infty[$ c) no gráfico: o **objeto** está no eixo OX (entrada) e a **imagem** é a coordenada em OY do ponto da curva (ou, em tabelas: coluna $x \leftrightarrow$ coluna $f(x)$).

2. a) $a = -4 \cdot b = 7$ b) $-4x + 7 = 0 \rightarrow x = 7/4 = 1,75$ c) $a < 0 \rightarrow$ **decrecente** d) $f(2) = -8 + 7 = -1$.

3. a) $x = -b/2a = -2/2 = x = -1$ b) $f(-1) = 1 - 2 - 3 = -4 \rightarrow$ vértice **$(-1, -4)$** (mínimo) c) $\Delta = 16 \rightarrow x = (-2 \pm 4)/2 \rightarrow x = 1$ e $x = -3$ ✓ (fatoração dada confirma: $(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3$).

4. a) $f \geq 0$ fora dos zeros: $]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$ b) $f < 0$ entre: $]-3; 1[$ c) com $a > 0$: decrescente em $]-\infty; -1[$, crescente em $]-1; +\infty[$ — muda exatamente no vértice $x = -1$ ✓.

5. a) $\Delta = 25$ b) $(7+5)/6 = 2 \cdot (7-5)/6 = 1/3$ c) $3x^2 - 7x + 2 = 3(x - 2)(x - 1/3)$ (equivalentemente $(3x - 1)(x - 2)$).

6. a) vértice **$(1, 4)$** — $(x-1)$ move 1 para a direita, +4 sobe 4, - inverte b) **para baixo** ($a = -1 < 0 \rightarrow$ máximo no vértice) c) $g(0) = -(-1)^2 + 4 = -1 + 4 = 3 \rightarrow$ o ponto $(0, 0)$ foi para **$(0, 3)$** .

7. a) $8 \leq 10 \rightarrow 2 \times 8 = 16$ b) $15 > 10 \rightarrow 3 \times 15 - 10 = 35$ c) ramo 1 em $x = 10$: $2 \times 10 = 20$ · ramo 2: $3 \times 10 - 10 = 20 \rightarrow$ iguais $\Rightarrow$ **contínua** (sem salto na fronteira).

8. a) $3x = 9 \rightarrow x = 3$ b) $x - 2 \geq 4$ ou $x - 2 \leq -4 \rightarrow [6; +\infty[\cup]-\infty; -2]$ c) a distância de x a 2 é $\geq 4 \rightarrow x$ está a 4 ou mais unidades de 2 (para a esquerda ou para a direita).

9. a) $f(-3) = 9 - 6 - 3 = 0 \cdot f(0) = -3 \cdot f(1) = 1 + 2 - 3 = 0 \rightarrow$ lista **$[0, -3, 0]$** b) os **0** são os **zeros** (cortes com OX: -3 e 1) e $-3 =$ **corte com OY** ($f(0)$) c) vértice: $x = -1 \rightarrow f(-1) = -4$ (mínimo global).

10. (modelo) **Tese**: a reta falha quando há curvatura: a procura de espetáculos cai com o preço, mas com «inclinação que muda» (saturação) — um modelo linear preveria procura negativa a preços altos ou crescente a infinito; a tarifa por ramos (IRS, água) nem sequer é uma reta: forçar reta ignora degraus reais. **Objeção**: mas em intervalos curtos praticamente qualquer curva é aproximada por reta (Taylor/linearização), e a reta é transparente: um coeficiente (€/unidade) explica-se numa frase. **Réplica**: critério com dados — ajusta ambos e compara resíduos/reta vs. parábola no domínio útil: se o erro da reta for pequeno e a decisão não mudar com a diferença, fica a reta (parsimónia); se houver curvatura significativa ou restrições (ramos, não-negatividade), usa o modelo fiel (quadrática/por ramos). Parsimónia, não ideologia.