

Teste — Modelos Matemáticos para a Cidadania

10.º Ano Matemática A 3 páginas

Instruções: 10 questões · 20 valores · 90 minutos · 10.º Ano · Matemática A (Tema 1)
Elementos de identificação: Nome: _____ Turma: _____ Data: ____/____/_____
Calculadora permitida · Arredonda a cêntimos (ou 1 casa, quando indicado) na resposta final.

Associação de Estudantes: 3 listas candidatas concorrem a 5 mandatos — A: 3 000 votos · B: 1 800 · C: 1 200 (total 6 000). Paralelamente, três membros recebem propostas de estágio: bruto 1 650 €/mês com descontos e juros de um seguro de vida a estudar.

Questões

1. (2 val) Maioria: a) define *maioria simples* e *maioria absoluta* b) com $n = 1\,200$ votos válidos, quantos votos garantem a maioria absoluta? __
2. (2 val) Eleição: $A = 604$, $B = 556$, $C = 40$ ($n = 1\,200$). a) vencedor por maioria simples: __ b) com a regra da maioria absoluta, há 2.ª volta? __ — justifica.
3. (2 val) Borda vs. pluralidade: em 100 boletins: $40\% X > Y > Z$ · $35\% Y > X > Z$ · $25\% Z > Y > X$. Com pontos 2/1/0: a) pontos de X __ Y __ Z __ b) vencedor Borda __ vs. vencedor 1.ª escolha __ — conclusão (1 frase).
4. (2 val) Hondt (5 mandatos): com $A = 3\,000$, $B = 1\,800$, $C = 1\,200$: a) tabela de quocientes (/1.../3) b) mandatos: A __ B __ C __ — compara com os teóricos (50%, 30%, 20%).

5. (2 val) Folha de vencimento: bruto = 1 650 €. a) SS (11%): __ b) retenção provisória de IRS (12%): __ c) líquido: __

6. (2 val) IRS progressivo (tabela 2025): rendimento de 15 000 €. a) parcela escalão 1 (13,25%): __ b) parcela escalão 2 (16,5%): __ c) parcela escalão 3 (22%): __
d) total __ · taxa efetiva __% · taxa marginal __%.

7. (2 val) Simples vs. composto: $C_i = 4\,000\text{ €}$, $r = 4,5\%$ ao ano, $n = 4$ anos. a) C_f simples __ b) C_f composto __ c) diferença __

8. (2 val) Capitalização mensal: $C_i = 2\,000\text{ €}$, $r = 6\%$ ao ano, 12 meses. a) taxa mensal __ b) C_f mensal __ c) C_f se fosse anual __ d) qual rende mais e quanto? __

9. (2 val) Regra 72: um capital a 9% composto. a) anos para dobrar (regra 72): __ b) exato: $\ln(2)/\ln(1,09) =$ __ anos (1 casa) c) a regra é uma boa aproximação aqui? __

10. (2 val) Produção: a vossa turma vai eleger delegados — escolhe UMA regra (maioria simples, absoluta ou Borda) e escreve: tese (porquê, com 1 número) → objeção (limitação da tua regra) → réplica (como a mitigas).

Soluções — Teste: Modelos Matemáticos para a Cidadania

1. a) *Maioria simples*: mais votos que qualquer outro (mesmo com minoria) · *Absoluta*: mais de metade dos votos válidos b) $ma = \lfloor 1\,200/2 \rfloor + 1 = 601$ votos.
2. a) **A** ($604 > 556 > 40$) b) **Não** — A tem $604 \geq 601 \rightarrow$ maioria absoluta na 1.ª volta, a eleição fica decidida.
3. a) $X = 40 \cdot 2 + 35 \cdot 1 + 25 \cdot 0 = 115$ · $Y = 40 \cdot 1 + 35 \cdot 2 + 25 \cdot 1 = 135$ · $Z = 40 \cdot 0 + 35 \cdot 0 + 25 \cdot 2 = 50$ b) Borda: **Y** · 1.ª escolha (plurality): **X** ($40 > 35 > 25$) — os mesmos boletins elegeram vencedores diferentes: **o método determina o resultado** (não é neutro).
4. a) A: 3 000, 1 500, 1 000, 750 · B: 1 800, 900, 600 · C: 1 200, 600, 400 b) fila: 3 000(A), 1 800(B), 1 500(A), 1 200(C), 1 000(A) $\rightarrow$ **A = 3, B = 1, C = 1**. Teóricos: A $2,5 \cdot B$ $1,5 \cdot C$ 1,0 — A sobe (2,5 $\rightarrow$ 3), B desce (1,5 $\rightarrow$ 1), C mantém: cada arredondamento é disputado na fila.
5. a) $1\,650 \times 0,11 = 181,50$ € b) $1\,650 \times 0,12 = 198,00$ € c) $1\,650 - 181,50 - 198 = 1\,270,50$ €.
6. a) $13,25\% \times 8\,059 = 1\,067,82$ € b) $16,5\% \times (12\,160 - 8\,059) = 16,5\% \times 4\,101 = 676,67$ € c) $22\% \times (15\,000 - 12\,160) = 22\% \times 2\,840 = 624,80$ € d) total = **2 369,29 €** · efetiva = $2\,369,29/15\,000 = 15,8\%$ · marginal = **22%**.
7. a) $4\,000 \times (1 + 0,045 \cdot 4) = 4\,000 \times 1,18 = 4\,720,00$ € b) $4\,000 \times 1,045^4 = 4\,000 \times 1,192519 = 4\,770,07$ € c) $4\,770,07 - 4\,720 = 50,07$ € (juros sobre juros).
8. a) $6\%/12 = 0,5\%$ ao mês b) $2\,000 \times 1,005^{12} = 2\,000 \times 1,061678 = 2\,123,36$ € c) $2\,000 \times 1,06 = 2\,120,00$ € d) a **mensal rende mais**: $2\,123,36 - 2\,120 = 3,36$ € (cada mês os juros entram no capital que renderá no mês seguinte).
9. a) $72/9 = 8$ anos b) $\ln(2)/\ln(1,09) = 0,6931/0,08618 = 8,0$ anos c) **sim** — aqui coincide quase exatamente (a regra é uma aproximação: boa para taxas médias, afasta-se em taxas muito altas ou prazos longos).
10. (modelo) Tese: **maioria absoluta** — obriga a apoios de mais de metade ($ma = \lfloor 470/2 \rfloor + 1 = 236$ em 470 votos), decisões com legitimidade. Objeção: pode exigir 2.ª volta (tempo/custo) e desmotivar («ninguém chega»). Réplica: 2.ª volta entre os dois primeiros resolve-a num escrutínio rápido — e mesmo sem maioria clara, o reforço de apoio do 2.º round é precisamente o que legitima o vencedor (o que aconteceu no caso presidencial de 1986, decido por 51,2%).