

# Teste de MACS — T3 Inferência Estatística

11.º Ano

MACS

10 questões

20 valores

3 páginas

**Instruções:** responde a todas as questões, apresentando sempre a justificação — classificar sem explicar vale metade do valor. Duração: 90 minutos. Cobre o Tema 3: amostragem, distribuição de amostragem e TLC, e intervalos de confiança.

## Grupo I — Amostragem, distribuição e TLC (10 valores)

1. (2 valores) (a) Distingue parâmetro e estimador (e as letras de cada). (b) Porque é que a seleção tem de ser aleatória — o que é que ela permite «quantificar» (e o que acontece com amostras por conveniência)?

2. (2 valores) População {M, M, M, H, H}, amostras de dimensão 2 sem reposição: (a) Constrói a distribuição de  $\hat{p}$  (% de homens) — valores e probabilidades (10 amostras). (b) Calcula a média da distribuição e compara com  $p$ .

3. (2 valores) (a) O mesmo processo deu  $\bar{x} = 3, 7$  e  $9$  com  $\mu = 6$  — o que isso ilustra (variabilidade amostral)? (b) Um fórum de leitura mede a média de livros/mês: porque é que muitas mais respostas não corrigem o problema?

4. (2 valores) (a) Enuncia o TLC com as duas condições/chave. (b) Com  $\sigma = 10$ , calcula o desvio padrão de  $\bar{x}$  para  $n = 25$  e  $n = 100$ . (c) Porque é que o TLC dispensa enumerar as amostras (dá o exemplo do combinatório)?

5. (2 valores) Para  $\{2, 4, 6\}$  ( $\bar{x} = 4$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 8$ ): (a) calcula  $s'$  e  $s$ . (b) Qual se usa para estimar  $\sigma$  e porque (o que «rouba» a média  $\bar{x}$ )?

## Grupo II — Intervalos de confiança (10 valores)

6. (2 valores)  $\bar{x} = 50$ ,  $\sigma = 10$ ,  $n = 25$ : (a) calcula o erro padrão  $\sigma/\sqrt{n}$ . (b) Constrói o IC de 95 % (com a fórmula completa) e indica a margem.

7. (2 valores) Para a mesma amostra: (a) calcula as margens de 90 % e de 99 %. (b) Porque é que «mais confiança custa largura»? Que nível escolherias para um inquérito jornalístico (e porque)?

8. (2 valores) (a) Escreve a frase correta de leitura do IC de 95 % = [46,08; 53,92]. (b) Corrige a frase errada: «há 95 % de probabilidade de  $\mu$  estar contido». (c) Com 100 amostras, quantos intervalos continham  $\mu$  — e porque é que só calculamos um?

9. (2 valores)  $n = 625$ ,  $\hat{p} = 0,44$ : (a) porque é que  $p$  é «um caso particular de média» (valores 0/1, média, variância)? (b) Calcula o IC de 95 % para  $p$  ( $z = 1,96$ ) e exprime em percentagem.

10. (2 valores) Sondagem: «X tem 52 %  $\pm$  3 % (95 %)». (a) Escreve o intervalo e explica porque não se pode declarar vitória. (b) Se a margem fosse  $\pm 1$  %, o que mudava? (c) O que a margem não cobre?

Reparto de valores: Grupo I  $5 \times 2 = 10$  · Grupo II  $5 \times 2 = 10 \rightarrow 20$  valores. Base: fichas 10–12 · AT 16 · resumo 3.

## Soluções — Teste T3 Inferência Estatística (11.º Ano)

11.º Ano

MACS

Modelo de correção

1. (a) **Parâmetro** = população (grego:  $\mu$ ,  $p$ ,  $\sigma$  — fixo, o que se quer saber) · **estimador** = amostra (latino:  $\bar{x}$ ,  $\hat{p}$ ,  $s$  — varia). (b) A aleatoriedade dá **probabilidades conhecidas** de seleção → permite **quantificar o erro**; a conveniência cria **viés sem medida** (quem está à mão não é a população).

2. (a) 10 amostras:  $p^* = 0$  (MM  $\times 3$ ) →  $3/10 = 0,3$  ·  $p^* = 0,5$  (mistos  $\times 6$ ) →  $6/10 = 0,6$  ·  $p^* = 1$  (HH  $\times 1$ ) →  $1/10 = 0,1$  (soma 1 ✓). (b) Média =  $0(0,3) + 0,5(0,6) + 1(0,1) = 0,4 = p = 2/5$  — as estimativas oscilam, mas em média acertam (não-enviesado).

3. (a) **Variabilidade amostral**: o mesmo processo dá valores diferentes — «tantas estimativas quantas amostras» → a estimativa pontual é limitada (falta a margem). (b) O fórum tem **viés de auto-seleção** (só quem lê muito responde) — mais respostas dão mais precisão à **volta do valor errado**; o alvo continua deslocado (corrige-se com processo aleatório, não com volume).

4. (a) «Para **amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande**, o modelo **Normal** aproxima a distribuição de amostragem da média, **qualquer que seja** a população». (b)  $\sigma/\sqrt{n}$ :  $n = 25 \rightarrow 10/5 = 2$  ·  $n = 100 \rightarrow 10/10 = 1$ . (c) Enumerar exigiria  $C(1000, 30) \approx 10^{87}$  amostras — o TLC dá a forma sem contar nada.

5. (a)  $s' = \sqrt{8/3} \approx 1,63$  ·  $s = \sqrt{8/2} = 2$ . (b) Usa-se **s** ( $n - 1$ ):  $\bar{x}$  é estimada **dos próprios dados**, os desvios ficam artificialmente menores — dividir por  $n - 1$  corrige a subestimação e dá valor sem viés de  $\sigma$  (a calculadora mostra s).

6. (a)  $\sigma/\sqrt{n} = 10/\sqrt{25} = 2$ . (b) IC 95 %:  $50 \pm 1,96 \times 2 = 50 \pm 3,92 \rightarrow [46,08; 53,92]$  — margem = **3,92**.

7. (a) 90 %:  $1,645 \times 2 = 3,29$  · 99 %:  $2,576 \times 2 = 5,15$ . (b) Cobrir mais probabilidade exige **alargar** (o multiplicador  $z$  cresce) — a confiança compra-se com largura. Para inquérito jornalístico costuma-se o **95 %** (padrão: robusto, margem razoável).

8. (a) «Com 95 % de confiança, o **intervalo [46,08; 53,92] contém  $\mu$** ». (b) Errada porque inverte quem é aleatório:  $\mu$  é **fixo** — o aleatório está nos **limites** ( $\bar{x}$  muda de amostra para amostra); repete-se o processo, não o parâmetro. (c) Cerca de **95 de 100** conteriam  $\mu$ ; na prática só há **um** intervalo e não se sabe se é dos 95 — daí «confiança».

9. (a) Cada elemento vale **1** (tem a característica) ou **0** — a média desses 0/1 é a proporção  $p$ , e a variância é  $p(1-p) \rightarrow p$  é uma média e usa a mesma maquinaria. (b)  $\sqrt{0,44 \times 0,56 / 625} = \sqrt{0,000394} \approx 0,0199 \rightarrow 0,44 \pm 1,96 \times 0,0199 = 0,44 \pm 0,039 \rightarrow [0,401; 0,479] = [40,1 \%; 47,9 \%]$ .

10. (a)  $52 \% \pm 3 \% \rightarrow [49 \%; 55 \%]$  — o intervalo inclui o empate (50 %): **não se declara vitória**. (b) Com  $\pm 1 \%$ : [51 %; 53 %] → acima de 50 % em todo o intervalo → **afirmação sustentada**. (c) A margem só cobre o **erro de amostragem aleatória** — **viés** (não-respostas, amostra desequilibrada) fica de fora: um intervalo bonito sobre amostra enviesada continua errado.

**Nota de correção**: cada justificação conta tanto como a resposta. **Autoavaliação**: 17–20 = tema fechado · 13–16 = revisão dirigida por grupo · menos de 13 = repetir fichas 10–12 e resumo 3. Base: fichas 10–12, AT 16, resumo 3, flashcards 24.