

Resumo 1 — Modelos de grafos e populacionais: de pontos e linhas a previsões

11.º Ano MACS 2 páginas Resumo

Objetivo: consolidar os **conceitos de grafos**, as decisões de **Euler** (graus) e **Hamilton** (rotas), a **eulerização** e os **quatro modelos de crescimento** (linear, exponencial, logarítmico, logístico) com a seleção crítica de modelo — o Tema 1 num quadro.

Grafos — o alfabeto

Conceito	Regra (o que se pergunta)
Grafo $G = (V, A)$	vértices (pontos) + arestas (ligações) — modelar é escolher o «ponto» e a «ligação» do problema
Ordem / grau	ordem = nº de vértices · grau = nº de arestas no vértice (laço conta 2 ; isolado = 0)
Equilíbrio	$\Sigma \text{ graus} = 2 \times (\text{nº de arestas})$ — conferência obrigatória de qualquer desenho
Adjacentes	unidos pela mesma aresta (não «perto» no desenho)
Caminho / circuito	sequência sem repetir arestas · circuito = fecha no ponto de partida

Euler vs Hamilton — a tabela que resolve provas

	Euler	Hamilton
Percorre	arestas todas uma vez	vértices todos uma vez (volta ao início)
Existe se...	conexo e 0 ímpares → circuito · 2 ímpares → caminho (nos ímpares) · resto → impossível	sem critério equivalente — completez (K_n) ou Dirac (graus $\geq n/2$) só dão garantia ; grau 1 → impossível
Quando não dá	Eulerizar : emparelhar ímpares (menor acréscimo) — carteiro, lixo, patrulhamento	Procurar : árvore (enumerar e comparar pesos) ou heurística (<i>vizinho mais próximo</i> — aceitável, não ótima)
Contagem	—	$(n - 1)!/2$ (10 cidades = 181 440) → nunca enumerar de cabeça

Königsberg, 1736: 4 territórios com graus **5, 3, 3, 3** (todos ímpares) → **impossível** — e nasceu a teoria dos grafos: o desenho (distâncias, forma) não conta; **contam os graus**.

Os quatro crescimentos — reconhecer e escolher

Modelo	Fórmula	Sinal nos dados	Comportamento
Linear	$f(x) = ax + b$	diferenças constantes	acrescenta sempre o mesmo (reta)
Exponencial	$f(x) = a \cdot b^x$	razões constantes	multiplica sempre (dispara; tempo de duplicação)
Logarítmico	$f(x) = a + b \cdot \ln x$	acréscimos a diminuir	cresce sempre, cada vez mais devagar (sem teto)
Logístico	$f(x) = K / (1 + a \cdot e^{-bx})$	diferenças sobem e descem	curva em S: estagna em K (inflexão em K/2) — Verhulst, 1838

Selecionar e limitar

- **Dados + processo + horizonte:** a tabela diz a forma (subtrai → depois divide), a natureza do processo diz o modelo (há teto? taxa fixa/percentual?) e o objetivo diz o prazo (prever 1 período ≠ 10).
- **Malthus (1798):** exponencial vs aritmética → o **logístico** é a correção (capacidade de carga K) — nenhum modelo teórico é a realidade: **as limitações fazem parte**.
- **Tecnologia:** séries da **Pordata**, regressão (folha), LN() para o exponencial, **R² com cautela de escala** — ajustar é discutir, não decorar equações.
- **Projeto (AT 17):** o ciclo completo — pergunta → dados com fonte → modelo → conclusão com limitação → divulgação.

Erros frequentes

- Laço «não conta» (conta 2) · ordem pelas arestas (é por vértices) · trocar Euler (arestas) com Hamilton (vértices).
- Dar 1/11 às somas de dois dados · achar que grau ≥ 2 garante circuito de Hamilton.
- Razão constante = linear (é exponencial) · «logístico = exponencial com teto colado» · «logarítmico estagna».
- Prever a longo prazo com o modelo do curto prazo (ou sem declarar a limitação).

Para reter: grau: **laço = 2, Σ graus = 2a** · Euler: **0 ímpares → circuito · 2 → caminho · resto → impossível** (Königsberg: 5,3,3,3) · eulerizar = emparelhar ímpares · Hamilton: **vértices, (n – 1)!/2, árvore/heurística (aceitável ≠ ótimo)** · crescimentos: **subtrações → linear · razões → exponencial; logístico K e K/2 (S) · logarítmico sem teto** · Malthus revisto por Verhulst · escolher = **dados + processo + horizonte + limitação** — e citar a fonte (Pordata).

Série MACS11 — fichas 1–5 cobram em detalhe cada secção; as ATs 13–14 (folha/Python) e o AT 17 (projeto) aplicam tudo isto; os flashcards de Grafos e populacionais (item 22) e o teste T1 (item 25) complementam a revisão.