

Simulado de Exame de MACS — Prova 835 (11.º Ano)

11.º Ano

MACS

12 questões

200 pontos

150 minutos

6 páginas

Instruções: prova única com **itens de seleção** (assinalar) e de **construção** (desenvolver com cálculos e justificação), cobrindo os dois anos da disciplina (10.º e 11.º) como a prova oficial. Responde a todas as questões. Duração: **150 minutos** · Cotação total: **200 pontos**. Utiliza o formulário da página 1.

Formulário (construído a partir das Aprendizagens Essenciais)

Área	Fórmulas e regras
Eleições	maioria simples = mais votos que qualquer outro · maioria absoluta = > metade dos votos expressos · Borda com n candidatos: n – 1, n – 2, ..., 0 pontos
Partilha	D'Hondt: dividir os votos de cada partido por 1, 2, 3, ... → atribuir os mandatos aos maiores quocientes
Juros	simples: $J = C \cdot i \cdot t$ · composto: $C = C_0(1 + i)^t$
Descrição de dados	$\bar{x} = \Sigma x/n$ · mediana = valor central · $s^2 = \Sigma(x - \bar{x})^2/(n - 1)$ · $s = \sqrt{s^2}$
Probabilidade	Laplace: favoráveis/possíveis · $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ · $P(A B) = P(A \cap B)/P(B)$ · $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$
v.a. / normal	$\mu = \Sigma x \cdot p$ · $\sigma = \sqrt{\Sigma(x - \mu)^2 \cdot p}$ · 68–95–99,7 em $\pm 1\sigma/\pm 2\sigma/\pm 3\sigma$
Intervalos	$\bar{x} \pm z \cdot \sigma/\sqrt{n}$ (z: 1,645 90 % · 1,96 95 % · 2,576 99 %) · $\hat{p} \pm z \cdot \sqrt{(\hat{p}(1 - \hat{p}))/n}$
Grafos e crescimentos	$\Sigma \text{ graus} = 2 \times \text{arestas}$ · Euler: 0/2/resto de ímpares · rotas em K_n : $(n - 1)!/2$ · linear $ax + b$ · exponencial $a \cdot b^x$ · logístico $K/(1 + ae^{-bx})$

Grupo I — Modelos de apoio à decisão e financeiros (60 pontos)

1. (10 pontos — seleção) Numa direção, A recebe 40 votos, B 30 e C 20 (90 expressos). Assinala: a maioria simples elege (a) A · (b) ninguém · (c) B. A maioria absoluta exige (a) ≥ 45 votos · (b) mais de 45 · (c) 40. Com isto: quem está eleito e o que falta (se faltar)?

2. (10 pontos — seleção) Método de D'Hondt com 5 mandatos: X = 4200 votos, Y = 3100, Z = 2700. A distribuição correta é (a) X 2, Y 2, Z 1 · (b) X 3, Y 1, Z 1 · (c) X 2, Y 1, Z 2. (Indica os quocientes que justificam.)

3. (20 pontos — construção) Depositas 5 000 € a 3 % ao ano. (a) Após 2 anos com juro composto, calcula o montante e os juros. (b) O mesmo período a juro simples: montante e juros. (c) Qual a diferença e o que ela mostra (o juro do juro)?

4. (20 pontos — construção) Direção com 20 boletins e 3 candidatos (Borda: 2, 1, 0 pontos): 12 preferem $A > B > C$ · 5 preferem $B > C > A$ · 3 preferem $C > B > A$. (a) Calcula os pontos de cada candidato. (b) Quem vence pelo Borda? (c) Quem teria a maioria de primeiros — e o que isso demonstra (conclusão clássica)?

Grupo II — Estatística e probabilidades (70 pontos)

5. (10 pontos — seleção) Dado equilibrado: $P(\text{par ou maior que 4}) = (a) \frac{1}{2} \cdot (b) \frac{2}{3} \cdot (c) \frac{1}{3}$. Saco 3V/2A, extração dupla sem reposição: $P(1.ª \text{ azul e } 2.ª \text{ azul}) = (a) \frac{4}{25} \cdot (b) \frac{6}{20} \cdot (c) \frac{2}{5}$.

6. (20 pontos — construção) Dados: 12, 15, 18, 18, 20, 22, 25, 30. (a) Média. (b) Mediana. (c) Amplitude. (d) Variância amostral s^2 e desvio-padrão s (com $n - 1$).

7. (20 pontos — construção) Turma com 14 rapazes e 16 raparigas. (a) Selecionar 1 aluno ao acaso: $P(\text{rapariga})$. (b) Selecionar 2 sem reposição: $P(1.^\circ \text{ rapaz e } 2.^\circ \text{ rapaz})$ — com a regra do produto. (c) O mesmo com reposição: valor e comparação (dependência?).

8. (20 pontos — construção) Alturas de adultos: $X \sim N(170, 7)$. (a) $P(163 < X < 177)$ e $P(156 < X < 184)$. (b) Em 400 adultos, quantos se esperam fora de 156–184? (c) Escreve a regra usada e a sua natureza (aproximação).

Grupo III — Grafos, populacionais e inferência (70 pontos)

9. (10 pontos — seleção) (a) Grafo conexo com graus $\{4, 2, 2\}$: tem (a) circuito de Euler · (b) caminho · (c) nada. (b) Circuitos hamiltonianos de K_6 : (a) 60 · (b) 720 · (c) 120.

10. (20 pontos — construção) Série: 50, 60, 72, 86,4 ($t = 0 \dots 3$). (a) Identifica o modelo (aplica a prova certa) e a razão. (b) Escreve $g(x)$. (c) Prevê $t = 4$. (d) Se o indicador tem teto em 100, o que aconteceria ao modelo a longo prazo e qual o correto (logístico)?

11. (20 pontos — construção) Amostra com $\bar{x} = 75$, $\sigma = 12$, $n = 36$. (a) Erro-padrão $\sigma/\sqrt{n}$. (b) IC de 95 %. (c) IC de 99 %. (d) Escreve a frase de leitura correta do IC de 95 %.

12. (20 pontos — construção) Sondagem com $n = 400$ e $\hat{p} = 0,53$ (95 %). (a) Calcula o IC (por extenso, em percentagem). (b) Pode-se declarar vitória de X com confiança? Justifica com o intervalo. (c) O que a margem não cobre (e porque uma amostra enviesada continua errada)?

Cotação: Grupo I $10 + 10 + 20 + 20 = 60$ · Grupo II $10 + 20 + 20 + 20 = 70$ · Grupo III $10 + 20 + 20 + 20 = 70 \rightarrow$ **200 pontos**. Itens de seleção: só a alternativa certa vale (10); construção: procedimento/cálculo (10) + resultado com unidade (5) + justificação/leitura (5).

Estratégia de prova: 150 minutos para 12 questões $\rightarrow \approx 12$ min por questão: 2 min para ler e planear, 8 min para responder, 2 min para revêr. Começa pelos que dominas (a seleção rende «de primeira») e deixa os desenvolvimentos longos para o fim — mas **nunca deixes uma alínea em branco**: a justificação vale metade do resultado.

Soluções — Simulado de Exame de MACS (Prova 835)

11.º Ano

MACS

Parte 1 de 2 (questões 1–6)

- 1. Maioria simples:** A ($40 > 30$ e $40 > 20$) → alternativa (a) — A está eleito por simples. **Maioria absoluta:** exige **mais de metade** dos 90 expressos = mais de 45 → alternativa (b) — e **ninguém** a atinge ($40 < 46$): faltam a A **6 votos** para a maioria absoluta.
- 2. Quocientes:** X: 4200, 2100, 1400... · Y: 3100, 1550, 1033... · Z: 2700, 1350, 900... Os 5 maiores: **4200 (X), 3100 (Y), 2700 (Z), 2100 (X), 1550 (Y)** → X 2, Y 2, Z 1 — alternativa (a). [1400 < 1550: Z não leva o 2.º]
- 3. (a) Composto:** $C = 5000 \times 1,03^2 = 5000 \times 1,0609 = 5304,50 \text{ €}$ → juros = **304,50 €**. (b) Simples: $J = 5000 \times 0,03 \times 2 = 300 \text{ €}$ → C = **5300 €**. (c) Diferença = **4,50 €** — no composto o juro do 1.º ano também «trabalha» no 2.º (o juro do juro).
- 4. (a)** A = $12 \times 2 = 24$ · B = $12 \times 1 + 5 \times 2 + 3 \times 2 = 12 + 10 + 6 = 28$ · C = $5 \times 1 + 3 \times 1 = 8$ (soma 60 = 20 boletins $\times$ 3 ✓). (b) Vence **B (28)**. (c) Primeiros: A tem **12 de 20 (60 %)** → maioria simples elegeria A. **Demonstração:** métodos diferentes dão **vencedores diferentes** para as mesmas preferências — todo o método tem limitações (a discussão democrática negocia isso).
- 5. (a)** «Par ou > 4» = {2, 4, 5, 6} → $4/6 = 2/3$ — alternativa (b). (b) Com/reposição nenhuma: $(3/5) \times (2/4) = 6/20 = 6/20$ — alternativa (b) (= 3/10).
- 6. (a) Média:** $160/8 = 20$. (b) Mediana: média de 18 e 20 = **19**. (c) Amplitude: $30 - 12 = 18$. (d) Desvios: -8, -5, -2, -2, 0, 2, 5, 10 → quadrados: 64, 25, 4, 4, 0, 4, 25, 100 → $\Sigma = 226 \rightarrow s^2 = 226/7 \approx 32,29 \rightarrow s = \sqrt{32,29} \approx 5,68$.

Soluções — Simulado de Exame de MACS (Prova 835)

11.º Ano

MACS

Parte 2 de 2 (questões 7–12)

7. (a) $P(\text{rapariga}) = 16/30 = 8/15 \approx 0,533$. (b) Sem reposição: $(14/30) \times (13/29) = 182/870 = 91/435 \approx 0,209$. (c) Com reposição: $(14/30)^2 = 196/900 \approx 0,218$ — com reposição é maior porque a **composição da turma se mantém** (independência); sem reposição, o 1.º rapaz «retira-se» → dependência.

8. (a) $\pm 1\sigma$ (163–177) → $\approx 68\%$ · $\pm 2\sigma$ (156–184) → $\approx 95\%$. (b) Fora de $\pm 2\sigma$: 5 % → $0,05 \times 400 = 20$ adultos. (c) **Regra 68–95–99,7** — uma aproximação didática da normal; os valores exatos (68,27 % / 95,45 %) dão-se por tecnologia.

9. (a) {4, 2, 2}: soma $8 = 2 \times 4$ ✓, **0 ímpares** → **circuito de Euler** — alternativa (a). (b) $K_6: (6-1)!/2 = 5!/2 = 120/2 = 60$ — alternativa (a).

10. (a) Razões: $60/50 = 72/60 = 86,4/72 = 1,2$ (constante) → **exponencial** (prova da divisão). (b) $g(x) = 50 \cdot 1,2^x$. (c) $g(4) = 50 \times 1,2^4 = 50 \times 2,0736 = 103,68$. (d) Passaria de 100 — **logicamente impossível** para o indicador: o processo tem teto → usar **logístico** ($K \leq 100$, desaceleração em $K/2$) e declarar a limitação (curto prazo ainda serve, longo não).

11. (a) $\sigma/\sqrt{n} = 12/\sqrt{36} = 12/6 = 2$. (b) IC 95 %: $75 \pm 1,96 \times 2 = 75 \pm 3,92$ → **[71,08; 78,92]**. (c) IC 99 %: $75 \pm 2,576 \times 2 = 75 \pm 5,15$ → **[69,85; 80,15]** (mais largo — mais confiança custa amplitude). (d) «Com 95 % de confiança, o intervalo **[71,08; 78,92]** contém μ » — o aleatório está nos limites (μ é fixo).

12. (a) $SE = \sqrt{(0,53 \times 0,47/400)} = \sqrt{0,0006227} \approx 0,02496$ → $0,53 \pm 1,96 \times 0,025 = 0,53 \pm 0,049$ → **[48,1 %; 57,9 %]**. (b) **Não** — o intervalo inclui 50 % (empate): com esta margem, a vitória não está estatisticamente assegurada. (c) A margem só cobre o **erro de amostragem aleatória; viés** (não-respostas, amostra enviesada) fica de fora — um intervalo bonito sobre má amostra continua errado (a margem não corrige seleção).

Nota de correção: seleção: 10 pontos só com a alternativa certa; construção: procedimento (10) + resultado (5) + justificação/leitura (5). **Autoavaliação (200 pontos):** 170–200 = **domínio dos dois anos** (pronto para a prova oficial) · 140–169 = **sólido** (rever os grupos abaixo de 85 %) · 110–139 = **revisão** dirigida pelos resumos 1–3 · abaixo de 110 = voltar a fichas e testes por tema antes de repetir. Base: MACS 10.º ano (fichas, testes) + MACS11 (fichas 1–12, ATs, resumos, flashcards, T1–T3).