

AT — Modelos populacionais com séries da Pordata: ajustar, prever e discutir a adequação

11.º Ano

MACS

3 páginas

Atividade de tecnologia

Objetivo: Organizar uma **série temporal** (base de livre acesso, ex. Pordata), representá-la em gráfico, **ajustar modelos linear e exponencial** por regressão na folha de cálculo, **comparar** os ajustes e previsões e **discutir a adequação** ao objetivo — as limitações dos modelos teóricos à luz dos dados.

Material

Material	Nota
Folha de cálculo (LibreOffice Calc, Excel ou Google Sheets)	1 por aluno/grupo
Série da Tabela A (página 2)	9 dados — valores do exercício
Acesso à Pordata (opcional)	para repetir com dados atuais do indicador
Calculadora	conferência das previsões

Normas de segurança e de trabalho

- Trabalhar sobre uma **cópia**; guardar por versões (pordata_v1.xlsx).
- Dados** (colunas ano/valor) com cor distinta das **fórmulas**; série da Pordata **rotulada como «valores do exercício»** — a fonte real muda todos os anos (consultar na origem, nunca afirmar como fixo).
- Para o modelo exponencial usa-se a coluna auxiliar =LN(valor) — **não** se digita ln à mão.
- Conferências:** reta de tendência com **equação + R² visíveis**; previsão escrita **com a unidade** (% do indicador).

Procedimento

- Colar a **Tabela A** (ano-t ou x, indicador y) e ligar com gráfico de **dispersão**.
- Adicionar **tendência linear** (reta + equação + R²) e registar.
- Criar coluna **LN(y)**, traçar reta sobre $\ln y \rightarrow$ **modelo exponencial** $\hat{y} = a \cdot b^x$ ($a = e^{\text{intercepto}}$, $b = e^{\text{declive}}$); registar equação e R² (escala ln).
- Comparar os dois ajustes** no gráfico (e o R² com a devida cautela de escala).
- Prever t = 10** com cada modelo e «sentido» do valor (o indicador é % — pode passar de 100?).
- Previsão t = 9** (interior da série): qual dos modelos está mais perto da tendência recente?
- Adequação:** escrever, para cada modelo, *vantagem*, *risco* e *horizonte* de previsão (1 período vs 5 períodos) — com a discussão exigida pelas AE.
- Opcional:** repetir com um indicador atual da **Pordata** (internet, populações) e comparar as conclusões.

Fórmulas essenciais:

```
ln          = LN(valor)                # lineariza o exponencial
expon.      = EXP(interceptoLN + decliveLN*t) # ŷ = a·b^x
previsão    = a + b*t                (linear)  ou  = a*b^t    (exponencial)
R²          = quadrado do coef. de correlação (tendência: exibir)
```

Registo de dados

Tabela A — Série temporal (indicador de acesso à Internet, % de agregados; valores do exercício)

t (anos desde o início)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y (%)	42	49	55	61	66	70	73	75	77
LN(y) (fórmula)									
diferenças Δy	—								

Tabela B — Ajustes (registar as equações do software)

Modelo	Equação ajustada	R² (escala)	Previsão t = 10
Linear			
Exponencial			

Tabela C — Gráfico e adequação

Pergunta	Registo
O gráfico parece reta, explosão ou S?	
Modelo com melhor ajuste visual	
Previsão t = 10 tem «sentido» (≤ 100 %)?	
Horizonte defensável (1 período? 5?)	

Tratamento de resultados

(a) Série: diferenças Δy = 7, 6, 6, 5, 4, 3, 2, 2 → **diminuem** → o crescimento **desacelera** (nem reta, nem exponencial «pura» — forma de S, logística, ficha 5).

(b) Ajustes esperados (conferência):

linear: $\hat{y} = 45,58 + 4,38t$ ($R^2 \approx 0,95$) $\rightarrow t = 10$: $\approx 89\%$ · *exponencial*: $\hat{y} \approx 51,6 \cdot 1,076^t$ (R^2 em $\ln \approx 0,70$) $\rightarrow t = 10$: $\approx 108\%$

A previsão exponencial ultrapassa **100 %** — impossível para uma percentagem: é o «reductio» do modelo. O R² do exponencial está em **outra escala** (ln de ln) — não se compara diretamente com o linear; compara-se **visualmente** e pela **razão dos resíduos**.

Análise e conclusão

1. Porque se usa $\ln(y)$ para o exponencial? Explica o que a transformação faz ao gráfico (quem fica reto?) — e o que se «desfaz» ao voltar com $\exp()$.
2. Leitura do R^2 : o linear deu 0,95. Isso prova que o linear é «o certo»? Compara com o R^2 exponencial (0,70 em $\ln$) — porque é que **não se compararem** direto e o que decide afinal (forma, resíduos, contexto)?
3. O reductio da previsão: o exponencial deu $\approx 108\%$ para $t = 10$. Explica porquê é **impossível** e o que o erro denuncia (processo com teto $\rightarrow$ logístico, ficha 5). Que modelo sugeririas para a reta final da série?
4. Adequação ao objetivo: para prever $t = 9$ (continuação imediata) e para $t = 15$ (longo prazo), que modelo escolherias em cada caso e porquê? (Adequação $\neq$ perfeição: é ajuste ao propósito.)
5. Sensibilidade: remove o último ponto (77) e refaz o ajuste. (a) O que acontece às equações e à previsão? (b) O que isto diz sobre **seriedade** de «dados escolhidos a dedo» e sobre séries curtas?
6. Conclusão: escreve o parecer de 5 linhas ao responsável do indicador — modelo usado, previsão, **incerteza assumida** e a frase final: o que a série pede (logístico) e o que a fonte exige (dados atuais da Pordata antes de decidir).

Conclusão-chave: a folha de cálculo **ajusta e prevê** (linear e exponencial num clique), mas quem decide a **adequação** é a leitura crítica: as diferenças da série **diminuem** (desaceleração) e a exponencial «explode» para 108 % — um valor que a realidade (uma % entre 0 e 100) não admite. O modelo linear é defensável a curto prazo ($R^2 \approx 0,95$), mas subestima a saturação; a resposta certa é o **logístico** (ficha 5) e, acima de tudo, **dados atuais da fonte** — é esta dupla leitura (ferramenta + juízo) que as AE chamam «compreender as limitações da adequação de modelos teóricos a situações reais».

Nota: esta AT concretiza o Pensamento Computacional e a tecnologia sistemática das AE de «Modelos populacionais» (séries de bases de acesso livre, regressão, discussão da adequação) e liga as fichas 4–5; opcional: repetir com a Pordata real e o GeoGebra citado no documento.