

AT — Intervalos de confiança em Python: cobertura, dimensão e nível

11.º Ano

MACS

3 páginas

Atividade de tecnologia

Objetivo: Reproduzir o **programa do documento** (100 amostras de $N(0, 1) \rightarrow$ IC de 95 % para o valor médio), verificar a **cobertura** (~95 intervalos contêm μ), experimentar a **dimensão da amostra** e o **nível de confiança** (90 % e 99 %) e explicar a leitura correta do intervalo.

Material

Material	Nota
Python 3 (IDLE, Thonny ou online)	módulos <code>random</code> , <code>statistics</code> , <code>math</code> (nativos)
Programa do documento (página 1)	transcrever e variar os parâmetros
Folha de cálculo (opcional)	gerar amostras e IC por fórmulas
Calculadora	conferência das amplitudes esperadas

Normas de segurança e de trabalho

- **Pseudocódigo antes do programa** (exigência do documento): o que faz cada bloco, por ordem.
- Guardar por versões (`ic_v1.py`); **parâmetros no topo** (`num_amostras`, `dim_amostra`, `z`) — nunca no meio do código: é isso que se varia.
- **Conferência obrigatória:** contar quantos intervalos contêm $\mu = 0$ — o programa imprime 100 linhas; registar sempre **x/100**.
- O resultado **muda a cada execução** — registar a semente (`random.seed(42)`) ou repetir 3 vezes (média das coberturas).

Procedimento

1. **Pseudocódigo:** preparar parâmetros $\rightarrow$ repetir 100 vezes $\rightarrow$ gerar amostra de 20 $\rightarrow \bar{x}$ e $s \rightarrow$ margem $1,96 \cdot s / \sqrt{n} \rightarrow$ imprimir e **testar se contém 0**.
2. Transcrever o **programa do documento** e correr (registar cobertura $x/100$).
3. **Dimensão:** alterar `dim_amostra = 20  $\rightarrow$  50  $\rightarrow$  100` e registar a **amplitude média** em cada caso (3 execuções).
4. **Nível:** com `dim = 20`, trocar `1,96` por `1,645` (90 %) e `2,576` (99 %) e comparar amplitudes.
5. **Leitura:** escolher um intervalo impresso e escrever a frase correta (ficha 12) e a frase errada típica.
6. **Verificação do parâmetro oculto:** confirmar que o programa usa `statistics.stdev` (= s , com $n - 1$) e explicar o que aconteceria se fosse dividido por n (ficha 11).

Programa do documento (Python 3):

```
import random, statistics, math
num_amostras=100
dim_amostra=20
contem=0 # nossa adição: contar cobertura
for i in range(num_amostras):
    amostra=[random.normalvariate(0,1) for k in range(dim_amostra)]
    vmedio=statistics.mean(amostra)
    desvio_padrao=statistics.stdev(amostra) # s, com n-1
    d=1.96*desvio_padrao/math.sqrt(dim_amostra)
    if vmedio-d <= 0 <= vmedio+d: contem=contem+1
print("contém 0:", contem, "em", num_amostras)
```

Registo de dados

Tabela A — Execução padrão (100 amostras, dim = 20, 95 %)

Cobertura (intervalos com $\mu = 0$)	1.ª execução	2.ª execução	3.ª execução	Média
x / 100				

Tabela B — Efeito da dimensão (95 %, amplitude média)

dim_amostra	Amplitude 1.ª	Amplitude 2.ª	Média	Esperada ($2 \cdot 1,96 / \sqrt{\text{dim}}$)
20				≈ 0,88
50				≈ 0,55
100				≈ 0,39

Tabela C — Efeito do nível (dim = 20, amplitude média)

Nível (z)	90 % (1,645)	95 % (1,96)	99 % (2,576)
Amplitude			
Esperada ($2 \cdot z / \sqrt{20}$)	≈ 0,74	≈ 0,88	≈ 1,15

Tabela D — Frase de leitura — escolhe um intervalo impresso e escreve: correta errada típica

Tratamento de resultados

- (a) **Cobertura:** espera-se ≈ 95/100 — com flutuação normal (tipicamente 91–99 por execução; a média de 3 execuções aproxima-se de 95). Os «5» que falham **não são erros:** são as caudas (5 % é exatamente a taxa prevista).
- (b) **Dimensão:** amplitudes esperadas $2 \cdot 1,96 / \sqrt{\text{dim}} \rightarrow 0,88 \cdot 0,55 \cdot 0,39$ ($\sigma \approx 1$) — dobrar dim só divide por ≈ 1,4 (raiz). Confirmar que as médias observadas se aproximam.
- (c) **Nível:** 0,74 · 0,88 · 1,15 — crescem com z (1,645 → 1,96 → 2,576): mais confiança, mais largura.
- (d) **s com n – 1:** o programa usa `statistics.stdev` (= s). Se dividisse por n (s'), s sairia **menor** → margens mais estreitas → **menos de 95** conteriam μ (cobertura abaixo do prometido) — é a ligação direta à ficha 11.
- A cobertura é uma **propriedade do método** (longo prazo), não uma garantia de cada execução — exatamente a leitura da ficha 12.

Análise e conclusão

1. Pseudocódigo: escreve o algoritmo em **5 passos** e aponta onde no programa cada um aparece (parâmetros · ciclo · amostra · margem · teste de cobertura) — porque é que os parâmetros ficam no topo?
2. Cobertura: se a média das 3 execuções deu 94/100, «falhou»? Explica porque 94 é compatível com 95 % (flutuação) e porque se discutiria a **tendência de longo prazo** e não um número solto.
3. Dimensão: confirma com a Tabela B as razões entre amplitudes $(0,88/0,55 \approx 1,6 \approx \sqrt{(50/20)})?$ · $0,55/0,39 \approx 1,4 \approx \sqrt{(100/50)})?$ — demonstra com números a relação $\propto \sqrt{n}$.
4. Nível: com a Tabela C, explica o **trio confiança × largura × custo**: para obter a mesma largura com 99 % em vez de 95 %, o que terias de fazer com dim (calcular: manter largura 0,88 exige $\text{dim} \approx 20 \times (2,576/1,96)^2 \approx 34$)?
5. Leitura: escreve a frase correta e a errada (Tabela D) e explica onde está a aleatoriedade (nos limites, não em μ) — porque é que isso muda a maneira de anunciar sondagens?
6. Conclusão: o que a simulação **comprovou** (cobertura $\approx$ nível · largura $\propto \sqrt{n}$ · largura $\propto z \cdot s$ com $n - 1$) e o que ela **não dá** (a certeza de cada intervalo)? Fecha com a frase: **IC é um método com taxa de acerto, não uma certeza** — e liga ao próximo passo: aplicação a sondagens reais.

Conclusão-chave: com 100 execuções, o método cumpriu o prometido — **≈ 95 intervalos contêm μ** , e os 5 restantes são a cauda prevista, não um defeito. As duas alavancas comportaram-se como a fórmula diz: dobrar a dimensão encurta pela **raiz** ($0,88 \rightarrow 0,55 \rightarrow 0,39$) e subir de 95 % para 99 % alarga por **z** ($0,88 \rightarrow 1,15$). E a conferência final — **stdev usa $n - 1$** — mostrou que até o divisor da fórmula decide a cobertura: a estatística é um sistema de **peças que têm de encaixar** (ficha 11 $\rightarrow$ ficha 12 $\rightarrow$ aqui). O resultado: saber anunciar um resultado com a incerteza certa.

Nota: esta AT reproduz o **segundo programa do documento** (simulação de IC 95 % com amostras de $N(0, 1)$) e concretiza as AE de «Intervalos de confiança» (confiança, margem, dimensão) com Pensamento Computacional — liga as fichas 11–12 e prepara a leitura crítica das sondagens.