

Ficha — Matemática na poupança e no crédito: juros

10.º Ano

MACS

4 páginas

12 exercícios

Objetivo: Calcular juro simples e juro composto com diferentes períodos de capitalização, compreender o processo de capitalização, analisar propostas de depósito a prazo para escolher a mais vantajosa e inverter as fórmulas (capital inicial e tempo).

Revisão rápida

Juro simples — o juro incide sempre sobre o **capital inicial**:

$$J = C \cdot i \cdot t \quad CF = C \cdot (1 + i \cdot t) \quad (i = \text{taxa por período}, t = \text{nº de períodos})$$

Juro composto — o juro do período entra no capital do seguinte (*juros sobre juros*):

$$CF = C \cdot (1 + i)^t \quad J = CF - C$$

Capitalização — quantas vezes por ano se capitaliza: **anual** ($t = \text{anos}$) · **semestral** ($i \div 2, t \times 2$) · **mensal** ($i \div 12, t \times 12$). Com períodos mais curtos, o composto rende **mais**: $(1 + i/m)^{m \cdot t}$ cresce com m . A **taxa efetiva anual** $= (1 + i/m)^m - 1$ traduz isso num único número.

Comparar nunca é olhar para a taxa nominal — é calcular o **capital final** de cada proposta no **mesmo** capital e no **mesmo** prazo, com o mesmo método de capitalização.

Inverter as fórmulas — capital inicial: $C = CF \div (1 + i \cdot t)$ (simples) · tempo: $t = (CF/C - 1) \div i$.

Nota didática: as taxas de juro deste tema são **valores do exercício** — as oficiais (depósitos, créditos) variam; confirma sempre nas entidades ou simuladores do ano.

Estratégia: identificar a via (simples/composto) → alinhar i e t ao período de capitalização → calcular CF de cada proposta no mesmo cenário → comparar → inverter só depois de dominar a fórmula direta.

Exercícios

1. Completar: no juro simples, o juro incide sempre sobre ____; no composto, cada juro entra no ____ seguinte — daí dizer-se «juros sobre ____».

2. Juro simples: depositas 5 000 € a 3 % ao ano durante 2 anos. Calcula J e o capital final CF.

3. Juro composto: os mesmos 5 000 € a 3 % ao ano, capitalização anual, 2 anos. Calcula CF e J e compara com o resultado do ex. 2 — de quanto é a diferença e porquê?

4. Capitalização mensal: uma taxa nominal de 12 % ao ano com capitalização mensal. Calcula a taxa mensal e a taxa efetiva anual $(1 + i/m)^m - 1$. Porque a efetiva é superior a 12 %?

5. Comparar depósitos (2 anos, 10 000 €): proposta A = 2 % ao ano em juro simples; proposta B = 1,9 % ao ano composto anual. Calcula o CF de cada uma e escolhe a mais vantajosa — a taxa nominal maior ganhou?

6. Contrato de capitalização: um produto dá 5 300 € ao fim de 2 anos a 3 % ao ano (juro simples). Qual o capital inicial exigido? (Inverte a fórmula.)

7. Objetivo com prazo: queres 6 000 € daqui a certo tempo, depositando 5 000 € agora a 5 % ao ano (juro simples). Em que tempo atinges o objetivo? Quanto tempo mais levaria com 3 %?

8. Crédito vs poupança: «Comprar a prestações com juros simples de 5 % é pior que poupar a 5 %.» É sempre verdade? Enumera as condições que faltam (prazo, taxa, capacidade de poupança, inflação) e porque a frase não basta.

9. Verdadeiro ou falso. Corrige as falsas.

- a) No juro composto, cada período o juro é calculado sobre o capital do período anterior. (V/F)
- b) Com a mesma taxa, capitalização mensal rende menos que a anual. (V/F)
- c) Para comparar duas propostas, basta olhar para a taxa nominal maior. (V/F)
- d) Na fórmula do juro simples, t é o número de períodos coerente com a taxa. (V/F)
- e) Inverter a fórmula permite encontrar o capital inicial ou o tempo necessários. (V/F)

10. Análise de propostas com folha de cálculo: as três propostas — A: 2,1 % simples anual; B: 2,0 % composto anual; C: 1,95 % composto com capitalização semestral — sobre 8 000 € por 3 anos. Calcula os CF (arredonda a cêntimos) e ordena-as da melhor para a pior.

11. Regra prática (regra 72): um capital a 3 % ao ano dobra-se em $\approx 72 \div 3$ anos. Usa a regra para estimar o tempo de duplicação a 6 % e a 8 %, e verifica a estimativa de 24 anos do ex. com o cálculo exato ($2 \cdot \ln 2 \div \ln(1,03)$ na calculadora) — a regra aproxima porque?

12. Síntese: porque é que o tempo é «o melhor amigo de quem poupa» mas «o inimigo de quem só paga juros»? Ilustra com os exs. 2–3 e com uma situação de crédito do ex. 8 — e conclui o que deves comparar sempre antes de assinar.

Soluções — Matemática na poupança e no crédito

10.º Ano

MACS

Resolução completa

1. o **capital inicial** · capital do período · **juros**.

2. $J = 5000 \times 0,03 \times 2 = 300 \text{ €}$; $CF = 5000 + 300 = 5300 \text{ €}$.

3. $CF = 5000 \times 1,03^2 = 5000 \times 1,0609 = 5304,50 \text{ €}$; $J = 304,50 \text{ €}$. Diferença vs simples: $304,50 - 300 = 4,50 \text{ €}$ — no composto, o juro do 1.º ano (150 €) também rendeu no 2.º (+4,50 = 3 % de 150). A mais é pequena em 2 anos, mas cresce com o tempo e a taxa.

4. Taxa mensal: $12\% \div 12 = 1\% \text{ ao mês}$. Efetiva anual: $(1,01)^{12} - 1 = 1,126825 - 1 = 12,68\%$. É superior a 12 % porque os juros de cada mês se capitalizam nos seguintes — a taxa efetiva traduz as 12 capitalizações num número anual comparável.

5. A (simples): $10000 \times (1 + 0,02 \times 2) = 10400 \text{ €}$. B (composto): $10000 \times 1,019^2 = 10000 \times 1,038361 = 10383,61 \text{ €}$. Vence a **A** (16,39 € a mais) — a **taxa nominal maior ganhou** aqui, mas por pouco: o composto de 1,9 % quase alcançou o simples de 2 % — mostra por que há de comparar *CFs* e não taxas.

6. $C = 5300 \div (1 + 0,03 \times 2) = 5300 \div 1,06 = 5000 \text{ €}$.

7. $t = (6000/5000 - 1) \div 0,05 = 0,2 \div 0,05 = 4 \text{ anos}$. A 3 %: $t = 0,2 \div 0,03 \approx 6,67 \text{ anos}$ — cerca de 2 anos e 8 meses a mais.

8. Não é sempre verdade — a frase compara taxas iguais mas **cenários diferentes**. Faltam: (1) o **prazo** (juros simples não crescem com o tempo como os compostos; em prazos longos a poupança composta ganha vantagem); (2) se as taxas são **efetivas** ou nominais e com que capitalização; (3) a **capacidade de poupança** (poupar exige rendimento disponível — o crédito resolve uma necessidade presente); (4) a **inflação** (pagar depois com dinheiro que vale menos pode beneficiar o mutuário); (5) o **risco** e as comissões de cada operação. Sem prazo, taxa efetiva e contexto, a frase é um slogan, não uma análise.

9. a) **V** — definição de composto. b) **F** — rende **mais** (mais capitalizações). c) **F** — compara-se o *CF* no mesmo prazo/capital. d) **V** — anos com taxa anual, meses com taxa mensal. e) **V** — as fórmulas inversas.

10. A: $8000 \times (1 + 0,021 \times 3) = 8000 \times 1,063 = 8504,00 \text{ €}$. B: $8000 \times 1,02^3 = 8000 \times 1,061208 = 8489,66 \text{ €}$. C: $8000 \times (1 + 0,0195/2)^6 = 8000 \times 1,059945 \approx 8479,56 \text{ €}$. Ordem: **A > B > C** — mesmo com a taxa nominal menor, o simples anual de A venceu aos 3 anos; as capitalizações mais curtas de C não compensaram a taxa mais baixa.

11. 6 %: $72 \div 6 = 12 \text{ anos}$. 8 %: $72 \div 8 = 9 \text{ anos}$. Exato a 3 %: $2 \cdot \ln 2 \div \ln(1,03) \approx 1,3863 \div 0,02956 \approx 23,45 \text{ anos}$ — a regra (24) aproxima porque o 72 é uma constante empírica escolhida para estar perto de $\ln 2 \times 100 \approx 69,3$ arredondada para «função» das taxas correntes; cresce ligeiramente com *i*.

12. Resposta possível: com 3 % (exs. 2–3), o tempo multiplica os juros — e no composto cada juro também trabalha: 2 anos deram +4,50 € «de graça», e a 24 anos o capital duplica. Quem só paga juros (ex. 8) vive o processo ao contrário: os juros incidem sobre uma dívida que não trabalha e, se forem compostos, crescem sozinhos — o tempo acentua a assimetria. Antes de assinar, compara sempre: **taxa efetiva, prazo, capitalização e encargos** — os quatro números que decidem quem ganha com o tempo.

Nota: fórmulas mínimas — simples: $C(1+i \cdot t)$ · composto: $C(1+i)^t$ · capitalização *m* vezes/ano: $C(1+i/m)^{(mt)}$. E a pergunta final de qualquer simulação: «no mesmo capital e no mesmo prazo, qual dá mais?».