

Ficha — Modelos financeiros: a matemática das decisões económicas

10.º Ano

MACS

4 páginas

12 exercícios

Objetivo: Conhecer e identificar modelos matemáticos aplicados a situações financeiras reais — orçamentos, impostos, inflação, tarifários, empréstimos e aluguer vs compra — calculando percentagens, variações sucessivas e comparações com a calculadora e a folha de cálculo.

Revisão rápida

Orçamento pessoal — a equação da sobrevivência financeira:

$$poupança = receitas - (despesas fixas + despesas variáveis) \cdot taxa \text{ de poupança} = poupança \div receitas \times 100$$

IVA (imposto sobre o consumo): $preço \text{ com IVA} = base \times (1 + t)$; inverso (preço «já com IVA»): $base = preço \div (1 + t)$. Taxas do exercício: 23 % — confirmar a taxa vigente nas tabelas oficiais.

Inflação — preços a subir $\Rightarrow$ **poder de compra a descer**: $preço \text{ futuro} = preço \times (1 + i)^n$ (i = taxa anual, n = anos).

Variações sucessivas — não se somam! $preço \text{ final} = preço \times (1 \pm i_1) \times (1 \pm i_2) \dots$ Ex.: -20 % depois -10 % $\Rightarrow 0,8 \times 0,9 = 0,72 \Rightarrow -28 \%$, não -30 %.

Tarifários — comparar planos é achar o **ponto de equilíbrio**: igualar os custos ($fixo_A + p_A \cdot m = fixo_B + p_B \cdot m$) e resolver m (minutos/meses). Abaixo de m é mais barato um, acima o outro.

Aluguer vs compra — comparar **custos totais** no mesmo horizonte de tempo (prestações + juros + encargos vs renda $\times$ meses), nunca prestações isoladas.

Empréstimos (introdução) — capital a pagar = capital + juros; a ficha 9 desenvolve juro simples e composto. **Regra: sempre declarar taxa, período e base de capitalização.**

Valores fiscais deste tema são didáticos («valores do exercício») — as taxas oficiais de IRS/SS/IVA mudam: consulta as tabelas do ano antes de decidir com números reais.

Estratégia: identificar o modelo (orçamento/imposto/inflação/tarifário) $\rightarrow$ escrever a fórmula com os símbolos $\rightarrow$ substituir com unidades $\rightarrow$ conferir a ordem de grandeza $\rightarrow$ comparar sempre alternativas no **mesmo** cenário.

Exercícios

1. Completar: o orçamento pessoal equilibra-se quando receitas = _____; a taxa de poupança mede a poupança em percentagem das _____. Com receitas 850 €, fixas 420 € e variáveis 260 €, calcula a poupança mensal e a taxa.

2. IVA (taxa do exercício: 23 %): um produto custa 80 € antes de imposto — quanto paga o cliente? Um preço de prateleira de 123 € já inclui o IVA: qual é a base (valor sem imposto)?

3. Inflação: se os preços sobem 2 % ao ano durante 3 anos, quanto custará dentro de 3 anos um bem que hoje custa 100 €? E o que acontece ao poder de compra de 100 € guardados sob o colchão?

4. Variações sucessivas: uma mochila de 100 € está com -20 % e, na semana seguinte, tem ainda -10 %. Qual o preço final? A desconto total é 30 %? E se os descontos fossem invertidos (-10 % depois -20 %)? Explica porque a ordem não altera o resultado.

5. Tarifários: plano A = 15 € + 0,12 €/min; plano B = 25 € + 0,06 €/min. Determina o ponto de equilíbrio (minutos/mês) e indica qual plano é mais barato a 200 min.

6. Aluguer vs compra (cenário do exercício): alugar custa 400 €/mês; comprar tem prestação de 550 €/mês. Qual parece mais barato «à vista»? Lista dois fatores em falta para decidir (horizonte de anos, encargos, valor residual) e porque decidir sem eles é errado.

7. Custo de vida: um salário de 1 000 € com inflação de 3 % ao ano mantém o mesmo poder de compra? Calcula o valor nominal que seria preciso no 2.º ano para comprar o mesmo que 1 000 € compravam no 1.º.

8. Empréstimo (introdução): pediste 600 € e deves devolver 648 € ao fim de um ano. Calcula o juro total e a taxa anual ($J \div \text{capital}$). Que informação falta para comparar com outra proposta?

9. Verdadeiro ou falso. Corrige as falsas.

- a) Duas variações percentuais de +10 % e -10 % devolvem o preço inicial. (V/F)
- b) A inflação faz o dinheiro guardado comprar mais coisas com o tempo. (V/F)
- c) Para comparar tarifários, igualam-se os custos totais dos dois planos. (V/F)
- d) Num orçamento, a taxa de poupança calcula-se sobre as despesas. (V/F)
- e) As taxas oficiais de impostos devem ser confirmadas nas tabelas do ano. (V/F)

10. Decisão informada: o mesmo produto existe em três lojas — loja 1: 120 €; loja 2: 110 € com -10 % no ato da compra; loja 3: 150 € com «pague 2, sem 3.º». Determina o preço final de cada uma e escolhe com justificação (indica também o desconto total da loja 3).

11. Tecnologia: descreve os passos numa folha de cálculo para (a) calcular um orçamento com fórmulas que se atualizam sozinhas, (b) comparar dois tarifários variando os minutos numa célula e (c) projetar preços com inflação por ano. Indica um erro clássico de arrastamento de fórmulas e como evitá-lo.

12. Síntese: porque é que «o modelo financeiro» nunca se resume a uma conta isolada? Usa o orçamento do ex. 1 e o aluguer vs compra do ex. 6 para mostrar que decidir financeiramente é decidir com cenários, percentagens e tempo — e porque a matemática protege o consumidor.

Soluções — Modelos financeiros

10.º Ano

MACS

Resolução completa

1. despesas (fixas + variáveis) · receitas. Poupança: $850 - (420 + 260) = 850 - 680 = 170 \text{ €}$. Taxa: $170 \div 850 \times 100 = 20 \%$.

2. Com IVA: $80 \times 1,23 = 98,40 \text{ €}$ (o IVA são 18,40 €). Base inversa: $123 \div 1,23 = 100 \text{ €}$ — dos 123 €, 100 € são do vendedor e 23 € do Estado.

3. $100 \times 1,02^3 = 100 \times 1,061208 = 106,12 \text{ €}$. O poder de compra dos 100 € guardados **desce**: passam a comprar o que custava $\approx 94,23 \text{ €}$ — perderam $\approx 5,8 \%$ de capacidade de compra (a inflação é o «imposto silencioso» sobre o dinheiro parado).

4. $100 \times 0,8 \times 0,9 = 72 \text{ €}$ — desconto total **-28 %**, não -30 %. Invertido: $100 \times 0,9 \times 0,8 = 72 \text{ €}$ — **igual**: a multiplicação é comutativa; o erro de «somar» percentagens vem de aplicá-las a bases diferentes (o 10 % incide sobre 80 €, não sobre 100 €).

5. $15 + 0,12m = 25 + 0,06m \Rightarrow 0,06m = 10 \Rightarrow m = 166,67 \text{ min} \rightarrow \approx 167 \text{ min}$. A 200 min: A = $15 + 24 = 39 \text{ €}$; B = $25 + 12 = 37 \text{ €}$ → acima do equilíbrio, o **plano B** é mais barato (abaixo dos 167 min, o A).

6. «À vista» o aluguer ($400 < 550$) parece mais barato — mas é ilusão de curto prazo. Em falta: (1) o **horizonte** (em 20 anos: aluguer = 96 000 € e zero património; compra = 132 000 € em prestações + juros, mas com **ativo residual**); (2) os **encargos extra** da compra (impostos, manutenção, juros) e a **renda que pode subir**. Sem estes fatores, comparar 400 vs 550 é comparar coisas diferentes.

7. Não mantém: para manter o poder de compra, no 2.º ano seria preciso $1\,000 \times 1,03 = 1\,030 \text{ €}$ — 30 € a mais para comprar o mesmo. (Em 3 anos: $\times 1,03^3 \approx 1\,092,73 \text{ €}$.)

8. Juro total: $648 - 600 = 48 \text{ €}$. Taxa anual: $48 \div 600 \times 100 = 8 \%$. Falta: a **periodicidade** (é anual? mensal?) e se há **juros sobre juros** (capitalização) ou comissões — só com isso se compara a outra proposta.

9. a) **F** — $1,1 \times 0,9 = 0,99$: perde-se 1 % (nunca se volta ao inicial). b) **F** — a inflação **consome** poder de compra. c) **V** — ponto de equilíbrio. d) **F** — é sobre as **receitas**. e) **V** — as taxas mudam todos os anos.

10. Loja 1: **120 €**. Loja 2: $110 \times 0,9 = 99 \text{ €}$. Loja 3: «pague 2 leve 3» = terceiro grátis → $150 \times 2 \div 3 = 100 \text{ € por unidade}$ (desconto total **-33,3 %**). Escolha: **loja 2 (99 €)** — a loja 3 só fica à frente se precisares mesmo de 3 unidades.

11. (a) Montar a tabela de orçamento com **fórmulas** (somas, =receitas–despesas, % por célula) e deixar a taxa ligada às células — ao mudar qualquer despesa, poupança e taxa atualizam-se. (b) Tarifários: uma célula «minutos» e duas fórmulas $=\text{fixo} + \text{preço} \times \text{célula}$ — variar a célula e ler qual vence; ou uma tabela de valores e gráfico com o ponto de corte. (c) Inflação: linha por ano com $=\text{anterior} \times (1+i)$ arrastada. Erro clássico: arrastar uma fórmula com **referência relativa** que devia estar presa a uma célula fixa (ex.: taxa) — a comparação com a taxa «anda» e os resultados destroem-se; evita-se com **referência absoluta** (símbolo \$ na célula da taxa).

12. Resposta possível: nenhuma conta decide sozinha. O orçamento do ex. 1 só significa alguma coisa com **período** (mensal), **base** (sobre as receitas) e **objetivo** (taxa de poupança); o aluguer vs compra do ex. 6 mostra que o «preço de hoje» mente sem **cenário de anos** e sem os juros/encargos. As percentagens não são números soltas: incidem sobre **bases** que mudam (-20 % depois -10 %). É por isso que a matemática financeira protege o consumidor: obriga a **comparar no mesmo cenário, ao longo do tempo** — e é exatamente o que a publicidade evita.

Nota: cinco ferramentas, muito transferíveis — **orçamento** (receitas–despesas) · **IVA** ($\times 1,23 / \div 1,23$) · **inflação** ($(1+i)^n$) · **variações sucessivas** (multiplicar fatores) · **equilíbrio** (igualar custos). Para juros e capitalização, segue a ficha 9.