

Ficha — Medidas de localização e dispersão

10.º Ano

MACS

4 páginas

12 exercícios

Objetivo: Calcular e interpretar as medidas de localização (média, mediana e moda) e as medidas de dispersão (amplitude e variância amostral s^2), comparando distribuições e escolhendo a medida adequada a cada situação.

Revisão rápida

Medidas de localização — resumem a distribuição num valor-tipo:

Medida	Cálculo	Quando usar
Média $\bar{x} = \sum x_i \div n$	soma ÷ número de valores	distribuições sem valores extremos; usa todos os dados
Mediana	valor central (ordenando); com n par: média dos dois centrais	quando há outliers (ex.: rendimentos)
Moda	valor mais frequente	categorias e decisões (o mais comum)

Medidas de dispersão — quanto os dados se afastam do valor-tipo:

Medida	Cálculo	Nota
Amplitude	máximo – mínimo	rápida, mas sensível a outliers
Variância amostral s^2	$s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 \div (n - 1)$	usa n – 1 (correção amostral — dividir por n seria a de população)
Desvio-padrão s	$s = \sqrt{s^2}$	mesma unidade dos dados (mais legível que s^2)

Leitura: média $\approx$ mediana $\rightarrow$ simétrica · **mediana** > **média** $\rightarrow$ cauda à direita (valores altos puxam a média, ex.: salários) · sem dispersão, a média descreve tudo; com dispersão, **média sozinha engana** — reporta sempre uma dispersão.

Estratégia: ordenar os dados $\rightarrow$ localização ($\bar{x}$, mediana, moda) $\rightarrow$ dispersão (amplitude, s^2) $\rightarrow$ comparar com outra distribuição $\rightarrow$ escolher a medida certa explicando porquê.

Exercícios

1. Completar: as medidas de localização resumem a distribuição a _____ valor-tipo; as medidas de dispersão indicam o _____ dos dados em torno dele. Dar um exemplo de cada família.

2. Notas de 9 alunos: 12, 14, 11, 16, 13, 12, 15, 10, 17. Calcula a média aritmética (mostra a soma e a divisão) e arredonda a 1 decimal.

3. Para os mesmos dados do ex. 2, determina a mediana (ordena primeiro) e explica porque não basta «pegar no valor do meio» sem ordenar. Que acontece com n par? Testa em {3, 5, 7, 9}.

4. Determina a moda e classifica cada distribuição: (a) {12, 14, 11, 16, 13, 12, 15, 10, 17}; (b) {1, 2, 2, 3, 3, 4}; (c) {5, 6, 7}. Justifica as designações uni/bimodal/sem moda.

5. Amplitude: calcula a dos dados do ex. 2. Depois, na sequência {10, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 40} — um valor extremo — a amplitude passa de 6 para quanto? O que isto revela sobre a amplitude como medida de dispersão?

6. Variância amostral: para {4, 6, 8, 10, 12, 14}, monta a tabela (x_i , $x_i - \bar{x}$, $(x_i - \bar{x})^2$), calcula $\bar{x}$, a soma dos quadrados e s^2 (com $n - 1$). Confirma o desvio-padrão $s = \sqrt{s^2}$.

7. Duas turmas, A: {5, 5, 5, 5, 5} e B: {1, 3, 5, 7, 9}. Calcula as médias e as amplitudes de ambas. Podem-se comparar só pelas médias? Conclui.

8. Rendimentos (€) de 8 pessoas: 700, 750, 800, 850, 900, 950, 1000, 5000. Calcula a média e a mediana e explica qual descreve melhor o «rendimento típico» do grupo e porquê.

9. Verdadeiro ou falso. Corrige as falsas.

- a) A média aritmética é a soma dos valores dividida pelo número de valores. (V/F)
- b) A mediana de {3, 5, 7, 9} é 7. (V/F)
- c) Na variância amostral divide-se por n , como na de população. (V/F)
- d) A amplitude é insensível a valores extremos. (V/F)
- e) A moda é o valor que mais se repete numa distribuição. (V/F)

10. Média de distribuição agrupada: tempos (min) de 40 alunos em classes [10,20): 4 · [20,30): 9 · [30,40): 14 · [40,50): 8 · [50,60): 5. Usa os valores centrais (15, 25, 35, 45, 55) e calcula a média aproximada e a classe modal.

11. Tecnologia: descreve os passos, numa folha de cálculo, para obter média, mediana, moda, amplitude e variância do ex. 2 — incluindo a escolha da variância (amostral vs população) e uma vantagem da tecnologia sobre o cálculo manual.

12. Síntese: duas escolas têm a mesma média de notas, mas dispersões muito diferentes. Explica porque é que a média sozinha não permite compará-las e que informação adicional pedirias antes de concluir qual é a melhor.

Soluções — Medidas de localização e dispersão

10.º Ano

MACS

Resolução completa

1. um só/tipo · grau (ou quanto se afastam). Localização — média ($\bar{x} = 13,3$ no ex. 2) e mediana; dispersão — amplitude e variância amostral ($s^2 = 14$ no ex. 6).

2. $\bar{x} = (12+14+11+16+13+12+15+10+17) \div 9 = 120 \div 9 = 13,3$ notas (arredondado a 1 decimal).

3. Ordenados: 10, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 17 → mediana = 13. Sem ordenar, o «valor do meio» da lista original ($6.º = 13$) pode não ser o central — a mediana só existe sobre a ordem. Com **n par**: a mediana é a **média dos dois centrais**; em {3, 5, 7, 9} → $(5+7)/2 = 6$.

4. (a) 12 repete-se 2 vezes (os outros, 1) → **unimodal**. (b) 2 e 3 empatam no topo → **bimodal**. (c) todos aparecem 1 vez → **sem moda** (ou todas são modas — nenhuma se destaca).

5. Amplitude do ex. 2: $17 - 10 = 7$. Com o extremo 40: $40 - 10 = 30$ (sem ele, continuaria 6). Revela que a amplitude é **inteiramente determinada pelos dois valores extremos** — um único outlier multiplicou-a por 4; por isso é uma medida de dispersão frágil quando há valores atípicos.

6. $\bar{x} = (4+6+8+10+12+14)/6 = 54/6 = 9$. Desvios: -5, -3, -1, 1, 3, 5 → quadrados: 25, 9, 1, 1, 9, 25 → $\Sigma = 70$. $s^2 = 70 \div (6 - 1) = 70 \div 5 = 14$; $s = \sqrt{14} \approx 3,74$ (mesma unidade dos dados).

7. Médias: $A = (5 \times 5)/5 = 5$; $B = (1+3+5+7+9)/5 = 25/5 = 5$ — **iguais**. Amplitudes: $A = 5 - 5 = 0$; $B = 9 - 1 = 8$. **Não** se podem comparar só pelas médias: A é homogénea (todos os valores iguais à média) e B é espalhada — a mesma média esconde realidades opostas; falta a dispersão.

8. Média: $(700+750+800+850+900+950+1000+5000) \div 8 = 10950 \div 8 = 1368,75$ €. Ordenando, a mediana = $(850+900)/2 = 875$ €. A **mediana** descreve melhor o típico: o valor 5000 (outlier) puxa a média quase 500 € acima de onde 7 em 8 pessoas estão — a mediana é robusta a extremos; é por isso que se fala de «rendimento mediano».

9. a) **V** — definição. b) **F** — é 6: $(5+7)/2$, porque **n** é par. c) **F** — em amostras divide-se por **n - 1** (se por **n**, subestima-se a variância da população). d) **F** — é a mais sensível: depende só dos extremos. e) **V**.

10. $\bar{x} \approx (4 \times 15 + 9 \times 25 + 14 \times 35 + 8 \times 45 + 5 \times 55) \div 40 = (60+225+490+360+275) \div 40 = 1410 \div 40 = 35,25$ min. Classe modal: **[30, 40)** (14 alunos). Nota: trata-se de média *aproximada* por valores centrais — o dado agrupado perde a precisão do dado bruto.

11. Passos: (1) colocar os 9 valores numa coluna; (2) média = função de **média** sobre a coluna; (3) mediana = função de **mediana** (a ferramenta ordena por si — vantagem: zero erro de ordenação); (4) moda = contagem de frequência e leitura do máximo; (5) amplitude = **máximo - mínimo** (funções de extremo); (6) variância = função de **variância amostral** (certifica-te de que é a de amostra — **n - 1**; a de população aparece como opção separada). Vantagem: reutilizar a mesma coluna para qualquer estatística e para novos dados sem refazer contas — e a ferramenta não erra a ordenação.

12. Resposta possível: a média só dá o «ponto de equilíbrio» — duas escolas com a mesma $\bar{x}$ podem ter distribuições opostas: uma concentrada em torno da média (bom nível uniforme) e outra com extremos (muitos muito fracos e alguns muito bons). Pediria: **mediana** (onde está o aluno típico), **dispersão** (amplitude ou s^2 — quão heterogéneos são) e a **distribuição completa** (histograma/frequências por escalões). Só com localização e dispersão a comparação é honesta — é a lição do ex. 7 aplicada a política educativa.

Nota: nunca reportes a média sem uma dispersão: $\bar{x} = 13,3$ ($s = 3,7$) diz muito mais que «13,3». E com outliers, mostra **mediana** — é a medida que a estatística oficial usa para rendimentos.