

Teste de MACS — Modelos para a cidadania (eleições e partilha)

10.º Ano MACS 10 questões 20 valores 3 páginas

Instruções: responde a todas as questões, apresentando sempre a justificação — a metade do valor está na explicação. Nas contagens, apresenta os cálculos. Duração: 90 minutos.

Grupo I — Eleições (10 valores)

1. (2 valores) Eleição para delegado com 36 votos expressos: $A = 15$, $B = 12$, $C = 9$. (a) Quem vence por maioria simples? (b) Quantos votos seriam necessários para maioria absoluta e ela foi atingida?

2. (2 valores) Eleição presidencial simulada com 1 200 votos expressos: $X = 550$, $Y = 430$, $Z = 220$ votos. Calcula a percentagem de X , decide se é eleito na 1.ª volta e indica quem segue para a 2.ª volta.

3. (2 valores) Método de Borda (3 candidatos $\rightarrow$ 2, 1, 0 pontos), 9 eleitores: 5 preferem $A > B > C$ · 3 preferem $B > C > A$ · 1 prefere $C > B > A$. Calcula a pontuação de cada candidato e identifica o vencedor.

4. (2 valores) Na mesma votação do ex. 3, quem venceria por maioria simples (1.ºs lugares)? Compara com o vencedor de Borda e retira a conclusão sobre a influência do método.

5. (2 valores) Liga cada sistema à descrição: «ordenar os candidatos e pontuar $n-1 \dots 0$ » (___) · «uma volta; vence quem tiver mais votos» (___) · «se ninguém tem > 50 %, repetem com os dois primeiros» (___) · «votar em todos os aceitáveis» (___). Opções: Borda · 1 volta · 2 voltas · aprovação.

Grupo II — Partilha (10 valores)

6. (2 valores) D'Hondt, 6 mandatos: $A = 9000$, $B = 6500$, $C = 2800$. Calcula os quocientes até aos necessários, ordena os 6 maiores e atribui os mandatos (confere a soma).

7. (2 valores) Maior remanescente: 40 computadores para departamentos com 12, 8 e 5 alunos (25). Calcula a quota e as partes, arredonda por baixo e atribui o mandato em falta ao maior resto.

8. (2 valores) Classificar cada partilha em discreta ou contínua: 12 bilhetes · herança em dinheiro · queijo a dividir · 6 deputados. Justifica a classificação do caso mais "delicado" (o que não se pode partilhar).

9. (2 valores) Paradoxo de Alabama — maior remanescente, votos $A = 10$, $B = 17$, $C = 23$ (50): com 7 mandatos, $A = 2$, $B = 2$, $C = 3$. Com 8 mandatos (quota 6,25), calcula as partes inteiras, os restos e a nova atribuição — o que acontece ao mandato de A?

10. (2 valores) Síntese: um colega afirma «a contagem de mandatos é pura matemática — logo é neutra». Com base em D'Hondt vs maior remanescente, no paradoxo de Alabama e no teorema de Arrow, escreve uma resposta argumentada (4–5 linhas).

Soluções — Teste de Modelos para a cidadania

1. (a) Vence **A** por maioria simples: $15 > 12 > 9$. (b) $36 \div 2 = 18 \rightarrow$ precisa de **mais de 18**, ou seja, **19 votos**; A tem $15 < 19 \rightarrow$ **não** atingiu.
2. $550 \div 1200 \times 100 \approx 45,8\%$ — menos de metade $\rightarrow$ **não é eleito na 1.ª volta**; 2.ª volta com **X e Y** (os dois primeiros).
3. $(5 \times 2 + 3 \times 0 + 1 \times 1)$ para A: $A = 10 + 0 + 1 = 10$; $B = 5 \times 1 + 3 \times 2 + 1 \times 1 = 12$; $C = 5 \times 0 + 3 \times 1 + 1 \times 2 = 5$. Vence **B (12)**. Verificação: $10 + 12 + 5 = 27 = 9 \times 3 \checkmark$.
4. Por maioria simples (1.ºs): **A** (5 de 9). Borda elege **B** — A lidera nos 1.ºs lugares mas B é bem colocado em todas as preferências (consenso). Conclusão: **o método eleitoral não é neutro** — a maioria simples valoriza o 1.º lugar, Borda o apoio transversal; nenhum é «o correto» por matemática.
5. ordenação com $n-1 \dots 0 \rightarrow$ **Borda** · uma volta $\rightarrow$ **1 volta** · repete com os dois primeiros $\rightarrow$ **2 voltas** · votar em todos os aceitáveis $\rightarrow$ **aprovação**.
6. Quocientes: A — 9000, 4500, 3000, 2250 ...; B — 6500, 3250, 2167 ...; C — 2800, 1400, 933 ... Seis maiores: **9000 (A), 6500 (B), 4500 (A), 3250 (B), 3000 (A), 2800 (C)** $\rightarrow$ **A = 3, B = 2, C = 1**; soma 6 $\checkmark$ (proporcional: 49 % $\rightarrow$ 3, 35 % $\rightarrow$ 2, 15 % $\rightarrow$ 1).
7. Quota: $40 \div 25 = 1,6$. Partes: $12 \times 1,6 = 19,2 \cdot 8 \times 1,6 = 12,8 \cdot 5 \times 1,6 = 8,0 \rightarrow$ por baixo: $19 + 12 + 8 = 39$ (falta 1). Restos: $0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,0 \rightarrow$ atribuição: **19, 13 e 8** (soma 40 $\checkmark$).
8. Bilhetes — **discreta** · dinheiro — **contínua** · queijo — **contínua** · deputados — **discreta**. O caso «delicado» é o que **não se pode partir sem perder valor**: se o queijo/terreno fosse indivisível (ex.: um imóvel), a partilha equilibrada falharia — um leva o bem e o outro compensa em dinheiro, ou recorre-se a métodos como divide-a-escolhe.
9. Partes inteiras: $10 \div 6,25 = 1 \cdot 17 \div 6,25 = 2 \cdot 23 \div 6,25 = 3$ (soma 6); restos: **3,75 · 4,50 · 4,25** $\rightarrow$ os 2 em falta vão a B e C $\rightarrow$ **A = 1, B = 3, C = 4**. Comparando: com 7 mandatos A tinha 2, com 8 fica com 1 — **A perde um mandato quando o total aumenta**: o paradoxo de Alabama, que afeta o maior remanescente (não o D'Hondt).
10. Resposta possível: a matemática dá os procedimentos, mas a **escolha do método** é anterior à conta e altera o resultado: D'Hondt e maior remanescente dão repartições diferentes para a mesma votação (ver ex. 6 e 7); o paradoxo de Alabama mostra que até a regra «aumentar lugares» pode tirar um mandato (ex. 9); e Arrow prova que nenhum sistema satisfaz todas as propriedades desejáveis. Logo, contagem nunca é neutra: os critérios (proporcionalidade, estabilidade, consenso) são **negociados** coletivamente — a matemática só torna explícitas as consequências da escolha. (4–5 linhas com: método $\rightarrow$ paradoxo $\rightarrow$ Arrow $\rightarrow$ conclusão cívica.)

Nota de correção: cada justificação conta tanto como a resposta; nas contagens, aceitam-se arredondamentos desde que o cálculo esteja correto. Para rever: fichas 1–2, resumo 1 e flashcards de cidadania desta coleção.