

Lugares Geométricos e Construções

9.º ano

Matemática

5 páginas

Ficha de exercícios sobre lugares geométricos, construções com régua e compasso (mediatriz e bissetriz) e polígonos regulares inscritos numa circunferência. Usa régua e compasso sempre que for pedido. As soluções estão nas páginas 4 e 5.

 **Revisão rápida:** Um **lugar geométrico** é o conjunto de pontos com uma propriedade comum. A **circunferência** é o lugar geométrico dos pontos à distância r de um ponto fixo (o centro); o **círculo** é o interior da circunferência (pontos à distância $\leq r$ do centro). A **mediatriz** de um segmento é o lugar geométrico dos pontos **equidistantes dos extremos**; passa pelo ponto médio e é perpendicular ao segmento. A **bissetriz** de um ângulo é o lugar geométrico dos pontos **equidistantes dos lados do ângulo**. No **hexágono regular inscrito** numa circunferência, o lado é igual ao raio. No **octógono regular**, o ângulo ao centro de cada lado mede 45° ($360^\circ \div 8$).

Exercício 1 — Identifica o lugar geométrico

Em cada caso, descreve o lugar geométrico por palavras e nomeia-o.

1.1) O conjunto de todos os pontos que estão à distância de 4 cm de um ponto fixo O.

1.2) O conjunto de todos os pontos equidistantes de dois pontos A e B.

1.3) O conjunto de todos os pontos equidistantes dos lados de um ângulo.

1.4) O conjunto de todos os pontos que estão dentro de uma circunferência de raio r ou sobre ela.

1.5) O conjunto de todos os pontos que estão à mesma distância de dois lados de um ângulo.

Exercício 2 — Mediatriz

A mediatriz de um segmento $[AB]$ é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e de B.

2.1) O ponto P pertence à mediatriz do segmento $[AB]$ e $PA = 7$ cm. Quanto mede PB? Justifica a tua resposta.

2.2) Ordena os passos da construção da mediatriz de um segmento $[AB]$ com régua e compasso:

(1) Traçar a reta que passa pelos dois pontos de interseção dos arcos — é a mediatriz.

(2) Com o compasso, traçar arcos com centro em A e em B, com a mesma abertura (maior que metade de AB), obtendo dois pontos de interseção.

(3) Desenhar o segmento $[AB]$.

2.3) O ponto Q está à mesma distância de A e de B. Em que lugar geométrico se encontra Q? Onde fica esse lugar geométrico relativamente ao segmento $[AB]$?

Exercício 3 — Bissetriz

A bissetriz de um ângulo é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo.

3.1) O ponto P pertence à bissetriz do ângulo $\angle AOB$ e a distância de P ao lado OA é 3 cm. Qual é a distância de P ao lado OB? Justifica.

3.2) Um ângulo de 60° é dividido pela sua bissetriz. Quanto mede cada um dos ângulos obtidos?

3.3) Descreve, por ordem, os passos da construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso.

Exercício 4 — Polígonos regulares inscritos

Lembra-te: num polígono regular inscrito numa circunferência, o ângulo ao centro de cada lado mede $360^\circ \div (\text{número de lados})$.

4.1) Um hexágono regular está inscrito numa circunferência de raio 5 cm. Quanto mede o lado do hexágono? Justifica.

4.2) Calcula a amplitude do ângulo ao centro correspondente a cada lado de um pentágono regular inscrito numa circunferência.

4.3) Calcula a amplitude do ângulo ao centro correspondente a cada lado de um octógono regular inscrito numa circunferência.

4.4) Um quadrado está inscrito numa circunferência. Qual é a amplitude do ângulo ao centro correspondente a cada lado?

4.5) Um triângulo equilátero está inscrito numa circunferência. Qual é a amplitude do ângulo ao centro correspondente a cada lado?

Exercício 5 — Problemas

5.1) A D. Maria vai construir um canteiro circular com 3 m de raio no centro do seu jardim e quer colocar uma rede à volta dele.

a) Que lugar geométrico descreve a rede?

b) Qual é o comprimento da rede (perímetro da circunferência, $P = 2\pi r$)? Usa $\pi \approx 3,14$.

5.2) A Inês e o Tomás combinam encontrar-se num parque. A Inês fica sempre a 10 m do chafariz que está no centro do parque. O Tomás fica sempre à mesma distância do banco A e do banco B.

a) Descreve o lugar geométrico de cada um deles.

b) Onde se podem encontrar? Descreve o conjunto de pontos em comum.

 **Sugestão:** Antes de responder, pergunta sempre: «que propriedade têm em comum estes pontos?» — é essa propriedade que dá o nome ao lugar geométrico (circunferência, círculo, mediatriz ou bissetriz).

Soluções

9.º ano

Matemática

Páginas 4–5

Exercício 1 — Identifica o lugar geométrico

1.1)

Circunferência de centro O e raio 4 cm — os pontos estão todos à mesma distância (4 cm) do ponto O.

1.2)

Mediatriz do segmento [AB] — é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e de B.

1.3)

Bissetriz do ângulo — é o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo.

1.4)

Círculo de raio r — o interior da circunferência (incluindo a própria circunferência).

1.5)

Bissetriz do ângulo — «à mesma distância dos dois lados» é exatamente a propriedade da bissetriz.

Exercício 2 — Mediatriz

2.1)

PB = 7 cm. A mediatriz é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de A e de B, logo PA = PB. Como PA = 7 cm, também PB = 7 cm.

2.2)

Ordem correta: (3) → (2) → (1).

(3) Desenhar [AB]; (2) traçar arcos com centro em A e em B com a mesma abertura, maior que metade de AB, obtendo dois pontos de interseção; (1) traçar a reta pelos dois pontos de interseção — essa reta é a mediatriz.

2.3)

Q encontra-se na **mediatriz** de [AB]. A mediatriz é a reta **perpendicular** a [AB] que passa pelo **ponto médio** do segmento.

Exercício 3 — Bissetriz

3.1)

A distância é 3 cm. Os pontos da bissetriz são equidistantes dos lados do ângulo, logo a distância a OB é igual à distância a OA.

3.2)

A bissetriz divide o ângulo em duas partes iguais: $60^\circ \div 2 = 30^\circ$ para cada um dos ângulos obtidos.

3.3)

- (1) Traçar um arco de circunferência com centro no vértice do ângulo, que corta os dois lados em dois pontos;
- (2) com a mesma abertura, traçar arcos com centro nesses dois pontos, obtendo um ponto de interseção;
- (3) traçar a semirreta do vértice até esse ponto de interseção — é a bissetriz.

Exercício 4 — Polígonos regulares inscritos

4.1)

O lado mede **5 cm**. No hexágono regular inscrito, o lado é igual ao raio da circunferência (a circunferência fica dividida em 6 arcos iguais de 60° , formando 6 triângulos equiláteros).

4.2)

Pentágono: 5 lados $\rightarrow 360^\circ \div 5 = 72^\circ$.

4.3)

Octógono: 8 lados $\rightarrow 360^\circ \div 8 = 45^\circ$.

4.4)

Quadrado: 4 lados $\rightarrow 360^\circ \div 4 = 90^\circ$.

4.5)

Triângulo equilátero: 3 lados $\rightarrow 360^\circ \div 3 = 120^\circ$.

Exercício 5 — Problemas

5.1)

a) A rede descreve uma **circunferência** com centro no centro do canteiro e raio 3 m — todos os pontos da rede estão à mesma distância (3 m) do centro.

b) $P = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84$ m. A rede tem cerca de 18,84 m de comprimento.

5.2)

a) A Inês descreve a **circunferência** de raio 10 m com centro no chafariz (está sempre a 10 m do chafariz). O Tomás descreve a **mediatriz** do segmento [AB] (está sempre equidistante dos bancos A e B).

b) Encontram-se nos pontos de **interseção** da circunferência com a mediatriz — pode haver 0, 1 ou 2 pontos de encontro, consoante a posição dos bancos em relação ao chafariz.

✅ **Autocorreção:** Se erraste algum exercício, volta à revisão rápida da página 1 e refaz o item. Os erros mais comuns: confundir circunferência com círculo, e esquecer que «equidistante dos extremos» dá a mediatriz enquanto «equidistante dos lados de um ângulo» dá a bissetriz.