Resumo 4 — Sólidos e Métodos Auxiliares

10.º Ano | Geometria Descritiva | 2 páginas

Resumo: superfícies geradas por geratriz e diretriz · poliedros e não-poliedros — pirâmides, prismas, cones, cilindros e esfera com circunferências máximas · figuras planas e sólidos em planos de perfil, verticais e de topo · verdadeira grandeza pelos métodos auxiliares: mudança de diedros, rotação e rebatimento · eixo de afinidade e teorema de Desargues.

1. Superfícies — geratriz e diretriz

- **Gerar uma superfície:** muitas superfícies obtêm-se por movimento de uma linha — a **geratriz**, que se desloca, percorre as **diretrizes** (linhas fixas de direção); o movimento chama-se movimento de geração.
- **Superfícies planas:** polígonos — são as faces dos poliedros, sem geratriz nem diretriz curva.
- **Superfícies prismática e piramidal (planas):** geratriz reta — no prisma desloca-se paralela a si própria sobre uma diretriz poligonal; na pirâmide é uma reta concorrente num vértice fixo, com a mesma diretriz poligonal.
- **Superfícies cónica e cilíndrica (curvas):** no cone a geratriz é uma reta concorrente no vértice e a diretriz é uma circunferência; no cilindro a geratriz é reta paralela a si própria e a diretriz é uma circunferência.
- **Superfície esférica:** geratriz é uma semicircunferência que gira em torno de um diâmetro fixo — a esfera não tem geratriz reta.

2. Sólidos — poliedros e não-poliedros

- **Poliedros:** sólidos limitados por polígonos, com arestas retas e vértices — **prisma** (duas bases iguais e paralelas, faces laterais paralelogramos; é **reto** quando as faces laterais são perpendiculares às bases) e **pirâmide** (base poligonal e faces triangulares concorrentes no vértice; é **reta** quando o vértice se projeta sobre o centro da base).
- **Não-poliedros:** sólidos limitados por superfícies curvas — **cone** (vértice e base circular), **cilindro** (duas bases circulares iguais e paralelas) e **esfera**.
- **Esfera e circunferências máximas:** todos os pontos ficam à mesma distância do centro; as **circunferências máximas** resultam da interseção com planos que passam pelo centro — são as maiores da esfera e dividem-na em dois hemisférios; as restantes são circunferências pequenas.
- **Na épura:** com a base em plano horizontal, prisma e cone dão a base em verdadeira grandeza na projeção horizontal; as duas bases de um cilindro reto coincidem numa única circunferência nessa projeção; a projeção frontal de uma esfera de raio r é um círculo de raio r.

3. Figuras planas em planos não horizontais (figuras planas II)

- **Plano de perfil:** perpendicular aos dois planos de projeção — as duas projeções da figura são segmentos perpendiculares à linha de terra; a VG obtém-se por rebatimento ou na vista de perfil.
- **Plano vertical:** perpendicular ao plano horizontal — a projeção horizontal de qualquer figura colapsa sobre o traço horizontal; a VG obtém-se por rebatimento em volta do traço horizontal, sobre o plano horizontal.
- **Plano de topo:** perpendicular ao plano frontal e oblíquo ao horizontal — a projeção frontal é um segmento sobre o traço frontal; a VG obtém-se por rebatimento em volta do traço frontal (ou do traço horizontal).
- **Regra de ouro:** a figura projeta-se em verdadeira grandeza no plano de projeção a que é paralela; quando está num plano vertical ou de topo, a VG só se obtém por rebatimento — é para isso que servem os métodos auxiliares.

© 2026 Estudantices

4. Sólidos em planos não horizontais (sólidos II)

- **Pirâmide reta com base num plano vertical:** a base projeta-se na horizontal como um segmento sobre o traço horizontal e na frontal como polígono reduzido; o eixo, perpendicular à base, é horizontal.
- **Prisma reto:** o eixo é perpendicular às bases — com a base num plano vertical, o eixo é horizontal; com a base num plano de perfil, segue a direção do perfil e as faces laterais são projetantes.
- **Paralelepípedo retângulo com faces em planos verticais ou de topo:** as faces verticais aparecem na horizontal como segmentos sobre os traços (as faces horizontais dão os retângulos verdadeiros) e as faces de topo colapsam sobre o traço frontal na projeção frontal.

5. Verdadeira grandeza e métodos auxiliares

- **Quando não há VG direta:** figuras paralelas a um plano de projeção já se veem verdadeiras nesse plano; figuras contidas em planos de perfil, verticais ou de topo exigem um método auxiliar.
- **Três métodos: mudança de diedros** (MD), **rotação** (RO) e **rebatimento** (RE) — todos conduzem à VG, mas por caminhos diferentes.
- **Mudança com uma mudança:** substitui-se um plano de projeção por outro paralelo ao elemento (e perpendicular ao plano mantido) — assim um segmento oblíquo projeta-se em VG com uma só mudança.

Critério	Mudança de diedros (MD)	Rotação e rebatimento (RO / RE)
O que transforma	Substitui um dos planos de projeção por um novo; os elementos mantêm a sua posição no espaço	Mantém os planos de projeção: gira o elemento em torno de um eixo (RO) ou gira o plano que contém a figura (RE)
Para que serve	Obter a VG escolhendo o plano de projeção conveniente para o elemento	Obter a VG de figuras e sólidos contidos em planos de perfil, verticais ou de topo
Eixo / charneira	Não tem eixo nem charneira — caracteriza-se pela nova linha de terra (mantém-se um plano)	RO: eixo fixo, cada ponto conserva a distância a ele. RE: charneira = traço do plano que gira, nem sempre perpendicular à LT
Casos típicos	Segmento oblíquo com uma mudança; reta ou plano projetante	Elemento rodado até ficar paralelo a um plano; rebatimento de planos de perfil, verticais e de topo

6. Eixo de afinidade e teorema de Desargues

- **Eixo de afinidade:** no eixo de rotação e na charneira do rebatimento todos os pontos ficam fixos e as figuras original e transformada estão em perspetiva desse eixo — por isso se chamam eixos de afinidade.
- **Teorema de Desargues:** se duas figuras estão em perspetiva de um ponto, estão também em perspetiva de uma reta (e vice-versa) — os pontos de encontro dos lados correspondentes são colineares.
- **Ligação:** ao rodar ou rebater, cada ponto e a sua imagem ligam-se por retas perpendiculares ao eixo ou à charneira — retas paralelas, ou seja, perspetiva de um ponto impróprio; pelo teorema de Desargues cortam-se sobre o eixo, que é assim o eixo de afinidade das duas figuras.

7. Pontos-chave

> **Para não esquecer:** geratriz move-se, diretriz é fixa · poliedro = faces planas poligonais (prisma e pirâmide); não-poliedro = superfícies curvas (cone, cilindro, esfera) · circunferência máxima passa pelo centro e divide a esfera em hemisférios · VG direta só para figuras paralelas a um plano de projeção; plano de perfil ⊥ aos dois planos, plano vertical ⊥ ao horizontal, plano de topo ⊥ ao frontal · MD muda o plano de projeção, RO/RE movem o elemento ou o plano — o eixo ou a charneira são eixos de afinidade, porque as duas figuras estão em perspetiva de um ponto e de uma reta (Desargues).

© 2026 Estudantices