Resumo 3 — Plano, Intersecções e Paralelismo

10.º Ano | Geometria Descritiva | 2 páginas

Resumo: definições e posições do plano · planos projetantes e não projetantes · retas notáveis do plano · interseções reta/plano, plano/bissetores, plano/plano e três planos · paralelismo e perpendicularidade na representação diédrica.

1. O plano na representação diédrica — definições

- **Elementos que determinam um plano:** três pontos **não colineares** · uma reta e um ponto **exterior** a ela · duas retas **paralelas** · duas retas **concorrentes** (se forem os traços do plano, o ponto comum está sobre a linha de terra).
- **Traços:** as interseções do plano com os planos de projeção — **traço horizontal hα** (com o plano horizontal) e **traço frontal fα** (com o plano frontal); os dois traços pertencem à linha de terra e é por eles que o plano se representa na épura.
- **Pertença de um ponto:** P pertence ao plano quando P' e P'' estão sobre as projeções de duas retas do plano que passam por P — ou seja, quando P se encontra sobre duas retas do plano.
- **Pertença de uma reta:** r pertence ao plano quando as suas duas projeções estão sobre as projeções do plano; num plano projetante, uma das projeções da reta fica sobre o próprio traço.

2. Posições do plano — traços e características

Posição do plano	Traços na épura	Características
Horizontal (de nível)	Só traço frontal, paralelo à linha de terra	Paralelo ao plano horizontal de projeção — não o corta
Frontal (de frente)	Só traço horizontal, paralelo à linha de terra	Paralelo ao plano frontal de projeção — não o corta
Vertical	Traço frontal perpendicular à linha de terra; traço horizontal oblíquo	Perpendicular ao plano horizontal e oblíquo ao frontal (plano projetante horizontal)
De topo	Traço horizontal perpendicular à linha de terra; traço frontal oblíquo	Perpendicular ao plano frontal e oblíquo ao horizontal (plano projetante frontal)
De perfil	Traços colineares e perpendiculares à linha de terra	Perpendicular aos dois planos de projeção (projetante nos dois)
De rampa	Dois traços distintos, ambos paralelos à linha de terra	Oblíquo aos dois planos de projeção, paralelo ao eixo x
Passante	Traços coincidentes com a própria linha de terra	Oblíquo aos dois planos de projeção, contém o eixo x
Oblíquo	Traços oblíquos à linha de terra, que se cortam sobre ela	Oblíquo aos dois planos de projeção e ao eixo x

3. Planos projetantes, não projetantes e retas notáveis

- **Plano projetante:** perpendicular a um dos planos de projeção — projeta-se em **reta** nele, coincidindo a projeção com o traço. Num **projetante horizontal** as projeções horizontais dos seus pontos estão sobre o traço horizontal (identifica-se pelo traço frontal perpendicular à linha de terra); num **projetante frontal**, as projeções frontais estão sobre o traço frontal.
- **Plano não projetante:** oblíquo aos dois planos de projeção — nenhum traço é perpendicular à linha de terra e o plano não se projeta em reta em nenhum deles (é o caso do plano oblíquo e do de rampa).
- **Retas notáveis** (todas concorrentes num ponto P do plano): **reta horizontal n** — n'' paralela à linha de terra e n' paralela a hα; **reta frontal f** — f' paralela à linha de terra e f'' paralela a fα; **reta de maior declive d** — d' perpendicular a hα, perpendicular a todas as horizontais do plano; **reta de maior inclinação i** — i'' perpendicular a fα, perpendicular a todas as frontais do plano.
- **Relações:** todas as retas horizontais do plano são paralelas entre si e ao traço horizontal; todas as frontais são paralelas ao traço frontal; as retas contidas num plano de perfil são retas de perfil, com as duas projeções alinhadas na mesma projetante.

© 2026 Estudantices

4. Intersecções — reta/plano, plano/bissetores e plano/plano

- **Reta que pertence ao plano:** a interseção é a própria reta — todos os seus pontos pertencem ao plano.
- **Reta ∩ plano projetante:** caso imediato — se o plano é projetante horizontal, M' é o ponto comum r' ∩ t' do plano (uma das projeções do ponto fica sobre o traço); para o projetante frontal usa-se r'' ∩ t''.
- **Reta ∩ plano não projetante — método geral:** constrói-se um **plano auxiliar projetante que contenha a reta** (o projetante horizontal de traço t' = r', ou o frontal com t'' = r''); determina-se a reta de interseção desse auxiliar com o plano dado; o ponto comum de r e dessa reta é o ponto M procurado — M' e M'' ficam alinhados na mesma projetante perpendicular à linha de terra.
- **Plano ∩ bissetores:** corta-se o plano por uma **reta de nível** e uma **reta frontal** do plano — todo o ponto da bissetriz primeira tem cota igual ao afastamento e, na bissetriz segunda, afastamento oposto à cota; os dois pontos comuns determinam a linha de interseção.
- **Plano ∩ plano:** dois planos não paralelos cortam-se **sempre numa reta**, obtida com dois pontos comuns. *Dois projetantes horizontais:* a interseção é vertical — a projeção horizontal é o ponto comum aos traços horizontais e a projeção frontal é perpendicular à linha de terra. *Um projetante e um não projetante:* usa-se o método geral; uma das projeções da interseção fica contida no traço do plano projetante. *Dois não projetantes:* dois planos auxiliares projetantes dão dois pontos da reta.
- **Três planos:** cada par corta-se numa reta; as três linhas de interseção podem concorrer num ponto comum aos três planos ou, sendo paralelas entre si, não ter qualquer ponto comum — nesse caso os planos limitam um tubo triangular de secção triangular.

5. Paralelismo

- **Retas paralelas:** têm a mesma **direção**, não têm pontos comuns e estão sempre contidas num mesmo plano (são sempre complanares).
- **Reta paralela a um plano:** não tem pontos comuns com ele — equivale a ser paralela a uma reta pertencente ao plano; na épura, basta mostrar r paralela a uma reta do plano na cota correspondente.
- **Planos paralelos:** não têm qualquer ponto em comum; nenhum traço de um pertence ao outro e as suas linhas de interseção com um plano auxiliar comum são paralelas.

6. Perpendicularidade

- **Retas perpendiculares:** intersetam-se e formam um ângulo de 90°. **Retas ortogonais:** têm apenas direções perpendiculares — podem não se intersetar, desde que não sejam complanares.
- **Reta perpendicular a um plano:** é perpendicular a todas as retas do plano que passam pelo seu **pé**; na épura, r' é perpendicular ao traço horizontal e r'' é perpendicular ao traço frontal.
- **Planos perpendiculares:** o diedro que formam mede 90° — também o são quando um deles contém uma reta perpendicular ao outro; dois planos projetantes perpendiculares cortam-se numa reta perpendicular ao plano de que ambos são projetantes.

7. Pontos-chave

> **Para não esquecer:** o plano define-se por 3 pontos não colineares, reta + ponto exterior, 2 retas paralelas ou 2 concorrentes, e representa-se pelos traços hα e fα sobre a linha de terra · a posição lê-se nos traços: horizontal e frontal têm um único traço, de perfil tem traços colineares, passante tem traços coincidentes com o eixo x · projetante = perpendicular a um plano de projeção (projeta-se em reta) · retas notáveis: horizontal, frontal, maior declive (d' ⊥ hα) e maior inclinação (i'' ⊥ fα) · reta ∩ plano não projetante = plano auxiliar projetante que contenha a reta · dois planos não paralelos cortam-se numa reta · paralelo = sem pontos comuns · reta perpendicular ao plano: perp. a todas as retas que passam pelo pé (na épura r' ⊥ hα e r'' ⊥ fα) · planos perpendiculares: diedro reto.

© 2026 Estudantices