

Funções — Resumo

9.º ano Matemática 3 páginas

Este resumo cobre dois tipos de funções estudados no 9.º ano: a **função quadrática** ($y = ax^2$) e a **função de proporcionalidade inversa** ($y = k/x$).

Tabela comparativa

	Função Quadrática	Proporcionalidade Inversa
Função	$y = ax^2$	$y = k/x$
Expressão geral	$a \neq 0, a \in \mathbb{R}$	$k \neq 0, k \in \mathbb{R}$
Forma do gráfico	Parábola	Hipérbole
Domínio	$\mathbb{R}$ (todos os reais)	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
Zeros	$x = 0$ (origem)	Não tem zeros
Exemplo	$y = 2x^2$	$y = \frac{6}{x}$

💡 **Nota importante:** Ambas as funções são **não lineares** — os seus gráficos **não** são retas. O estudo do 9.º ano foca-se na análise qualitativa: domínio, zeros, forma do gráfico, simetrias e comportamento.

Função Quadrática — $y = ax^2$

Uma **função quadrática** do tipo $y = ax^2$ representa-se graficamente por uma **parábola** com vértice na origem do referencial cartesiano.

Função quadrática

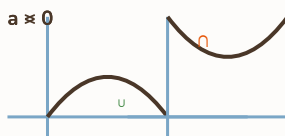
$$y = ax^2$$

a — coeficiente que determina a concavidade e a abertura da parábola

Concavidade

A concavidade da parábola depende do sinal de a :

Sinal de a	Concavidade	Forma
$a > 0$	Concavidade voltada para cima	U
$a < 0$	Concavidade voltada para baixo	∩



Vértice e eixo de simetria

O **vértice** da parábola $y = ax^2$ está sempre em **(0, 0)** — a origem do referencial.

O **eixo de simetria** é o eixo dos yy (reta $x = 0$). A parábola é simétrica em relação a este eixo: para cada x e $-x$, obtém-se o mesmo valor de y .

Propriedade importante: $f(-x) = f(x) \rightarrow$ a função $y = ax^2$ é **par**. O gráfico é simétrico em relação ao eixo dos yy .

Exercício resolvido

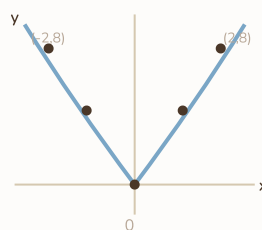
Exemplo: $y = 2x^2$

Constrói uma tabela de valores e esboça o gráfico da função $y = 2x^2$.

Tabela de valores

x	$y = 2x^2$	Ponto
-2	$2 \times (-2)^2 = 8$	$(-2, 8)$
-1	$2 \times (-1)^2 = 2$	$(-1, 2)$
0	$2 \times 0^2 = 0$	$(0, 0) \leftarrow$ vértice
1	$2 \times 1^2 = 2$	$(1, 2)$
2	$2 \times 2^2 = 8$	$(2, 8)$

Esboço do gráfico



$a = 2 > 0 \rightarrow$ concavidade voltada para cima.

Proporcionalidade Inversa — $y = \frac{k}{x}$

Uma **função de proporcionalidade inversa** relaciona duas grandezas cujo **produto é constante**. A sua expressão geral é:

✚ Proporcionalidade inversa

$$y = \frac{k}{x} \quad \text{ou} \quad x \times y = k$$

k — constante de proporcionalidade inversa ($k \neq 0$)

Características

- **Domínio:** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ — x pode ser qualquer número real exceto zero (não se pode dividir por zero).
- **Gráfico:** uma **hipérbole** composta por dois ramos separados.
- **Zeros:** a função **não tem zeros** — y nunca é zero porque $k \neq 0$.
- **Assíntotas:** o eixo dos xx ($y = 0$) e o eixo dos yy ($x = 0$) são assíntotas — a curva aproxima-se delas mas nunca as toca.

⚠ **Atenção:** $x \neq 0$ e $y \neq 0$. O gráfico nunca intersesta os eixos coordenados.

Sinal da constante k

$k > 0$	$k < 0$
Os dois ramos da hipérbole estão no 1.º e 3.º quadrantes .	Os dois ramos da hipérbole estão no 2.º e 4.º quadrantes .
Quando x aumenta, y diminui (e vice-versa).	Quando x aumenta, y também aumenta (ambos negativos).

Exercício resolvido

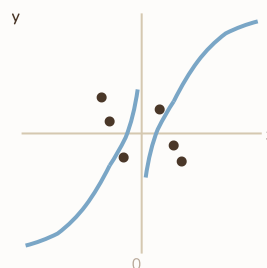
Exemplo: $y = \frac{6}{x}$

Constrói uma tabela de valores e esboça o gráfico da função $y = 6/x$.

Tabela de valores

x	$y = 6/x$	Ponto
-3	$6/(-3) = -2$	$(-3, -2)$
-2	$6/(-2) = -3$	$(-2, -3)$
-1	$6/(-1) = -6$	$(-1, -6)$
— $x = 0$ (indefinido) —		
1	$6/1 = 6$	$(1, 6)$
2	$6/2 = 3$	$(2, 3)$
3	$6/3 = 2$	$(3, 2)$

Esboço do gráfico



$k = 6 > 0 \rightarrow$ hipérbole no 1.º e 3.º quadrantes.

Se duas grandezas x e y são **inversamente proporcionais**, então:

$$x \times y = k \text{ (constante)}$$

Quando x duplica, y reduz-se a metade. Quando x triplica, y reduz-se a um terço, e assim sucessivamente.

💡 **Dica:** Para verificar se uma tabela representa proporcionalidade inversa, multiplica os valores correspondentes de x e y . Se o produto for sempre o mesmo (k constante), então é proporcionalidade inversa.