Trajetórias Orbitais e Leis de Kepler

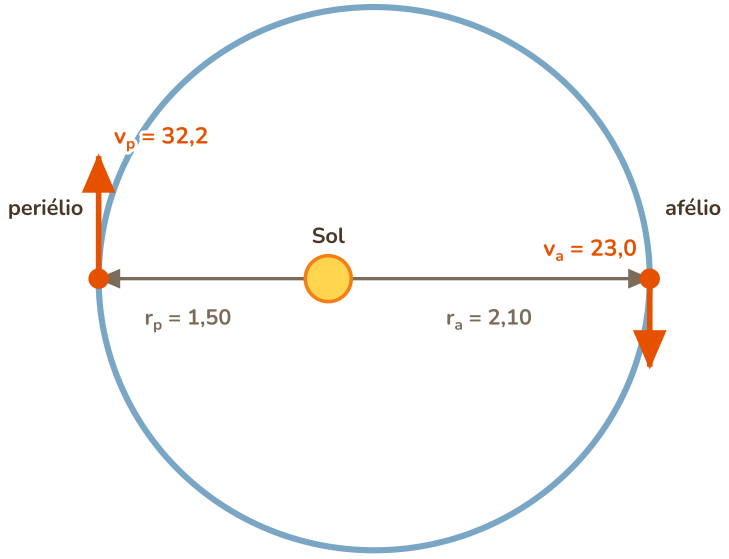
12.º Ano | Física | 4 páginas | 12 exercícios

Competências que desenvolve: ler uma órbita cotada (periélio, afélio e velocidades), interpretar o gráfico das energias cinética, potencial e total em função da distância ao Sol, aplicar a conservação da energia mecânica e calcular a velocidade de escape de um corpo orbital.

Revisão rápida

- **Kepler:** 1.ª lei — órbita elíptica com o Sol num foco · 2.ª lei — áreas iguais em tempos iguais (equivalente a conservar $L = m \cdot r \cdot v_{\perp}$: **corpo é mais rápido no periélio**) · 3.ª lei — $T^2 \propto a^3$.
- **Energia no campo:** $E = K + U$, com $U = -GMm/r$ (zero no infinito, portanto U < 0) e E **constante** na órbita — K e U trocam-se: mais perto ⇒ U mais negativo e K maior.
- **Órbita vs fuga:** $E < 0$ ⇒ órbita **fechada** · $E = 0$ ⇒ fuga (parábola) · $E > 0$ ⇒ hiperbólica.
- **Escape:** $v_{esc} = \sqrt{(2GM/r)}$ — à distância r, um corpo com $v \geq v_{esc}$ não volta (atmosferas: fogem os gases cuja velocidade térmica supera v_{esc}).

(a) Órbita com periélio e afélio
r_p = 1,50 · r_a = 2,10 ×10¹¹ m — escala 60 px = 10¹¹ m



(b) Energias na órbita (1 kg)
GM = 1,33×10²⁰ m³/s² · E = K + U

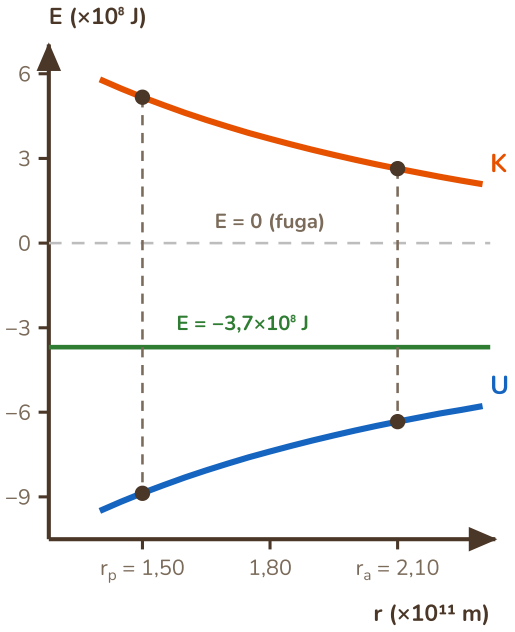


Figura 1 — (a) órbita à escala de 60 px = 1×10¹¹ m com o Sol num foco; velocidades a 1,5 px = 1 km/s: v_p = 32,2 km/s no periélio e v_a = 23,0 km/s no afélio ($r_p v_p = r_a v_a$). (b) Energias de 1 kg na mesma órbita: cinética **K** (laranja), potencial **U** (azul) e total **E = K + U** (verde, constante e negativa ⇒ órbita fechada); a linha cinzenta marca E = 0, o limiar de fuga.

Exercícios — leitura das figuras

1. V/F — justifica com a Figura 1: a) O Sol está mais perto do corpo no periélio do que no afélio. ( ) b) $v_p = v_a$ porque é a mesma órbita. ( ) c) O vetor v_a é mais curto que v_p. ( ) d) $r_a - r_p = 0{,}60 \times 10^{11}$ m. ( )

2. Conservação do momento angular (2.ª lei): calcula $r_p v_p$ = 1,50 × 32,2 = ____ e $r_a v_a$ = 2,10 × 23,0 = ____ (×10¹¹ m·km/s). Os produtos são iguais — o que é que isso explica sobre a velocidade do corpo perto e longe do Sol?

3. Leitura em r_p (gráfico b): K ≈ ____ ×10⁸ J · U ≈ ____ ×10⁸ J · soma K + U = E ≈ ____ ×10⁸ J (lê nos eixos e confirma com a linha verde).

4. Leitura em r_a: K ≈ ____ ×10⁸ J · U ≈ ____ ×10⁸ J · soma = ____ ×10⁸ J. A soma é a mesma do exercício 3 — o que é que isto demonstra? E o que é que aconteceu entre as duas leituras?

5. Porque é que a curva K (laranja) *desce* quando *r* aumenta e a curva U (azul) *sobe*? Liga cada comportamento à velocidade lida no painel (a).

6. Fechada ou fuga: a linha verde de (b) está abaixo de zero — que tipo de órbita resulta? Se a energia total subisse até 0 (linha cinzenta) e depois ficasse positiva, que trajetórias resultariam?

© 2026 Estudantices

7. Velocidade de escape: $v_{esc} = \sqrt{(2GM/r_p)} = \sqrt{(2 \times 1{,}33\times10^{20} / 1{,}50\times10^{11})}$ = ____ m/s = ____ km/s. Quanta velocidade a mais o corpo precisaria para escapar (compara com v_p = 32,2)? ____ km/s.

8. De K a v: em r_p, $v = \sqrt{(2K/m)} = \sqrt{(2 \times 5{,}17\times10^{8} / 1)}$ = ____ m/s = ____ km/s — confirma o vetor do painel (a).

9. Atmosferas: a Terra tem v_{esc} = 11,2 km/s e a Lua 2,4 km/s. Porque é que a Terra tem atmosfera e a Lua praticamente não tem? Liga a resposta à fórmula de v_{esc}.

10. Razão das energias: lê $K(r_p)$ e $K(r_a)$ e calcula a razão: ____/____ ≈ ____. Comenta: a energia cinética no periélio é quase o dobro da do afélio — confirma com as velocidades do painel (a).

11. 3.ª lei de Kepler: com $a = (r_p + r_a)/2 = 1{,}80\times10^{11}$ m, calcula $T = 2\pi\sqrt{(a^3/GM)}$ = ____ s ≈ ____ dias. Confirma com a Terra ($a = 1{,}50\times10^{11}$ m, T = 365 dias): $(1{,}80/1{,}50)^3 = 1{,}73$ → $T = 365 \times \sqrt{1{,}73}$ = ____ dias.

12. Desenvolvimento. Liga os dois painéis numa narrativa: como a órbita (a) explica as velocidades, como o gráfico (b) traduz isso em energias que se trocam mantendo E constante, e o que é preciso para passar de órbita fechada a fuga.

© 2026 Estudantices

Soluções — Trajetórias Orbitais e Leis de Kepler

1. a) **V** — 90 px (r_p) vs 126 px (r_a) à escala da figura; o Sol está no foco, mais próximo do periélio. b) **F** — 32,2 ≠ 23,0 km/s: o corpo acelera ao aproximar-se e abranda ao afastar-se. c) **V** — 34,5 px vs 48,3 px (1,5 px por km/s). d) **V** — 2,10 − 1,50 = 0,60 × 10^{11} m ✓

2. $r_p v_p$ = 1,50 × 32,2 = **48,3** · $r_a v_a$ = 2,10 × 23,0 = **48,3** (×10^{11} m·km/s) — iguais: conserva-se o momento angular $L = mrv_\perp$, o que é a 2.ª lei de Kepler (áreas iguais em tempos iguais): por isso o corpo é **mais rápido no periélio** (r menor ⇒ v maior).

3. K ≈ **5,2** ×10^8 J · U ≈ **−8,9** ×10^8 J · soma = **−3,7** ×10^8 J ✓ = linha verde.

4. K ≈ **2,6** ×10^8 J · U ≈ **−6,3** ×10^8 J · soma = **−3,7** ×10^8 J. A soma igual demonstra a **conservação da energia mecânica** ao longo da órbita; entre as leituras, a energia «mudou de casaco»: a cinética diminuiu (corpo mais lento, mais longe) e a potencial subiu (menos negativa) — a troca K⇔U deixa E constante.

5. K desce porque $K = \frac{1}{2}mv^2$ e a velocidade cai com r (v_p = 32,2 > v_a = 23,0 — vetor mais curto no afélio). U sobe porque $U = -GMm/r$: com r maior, o valor negativo fica menor em módulo (sobe em direção a zero, que está no infinito).

6. Com $E < 0$ a órbita é **fechada** (elíptica — o corpo regressa sempre). Em $E = 0$ a trajetória seria uma **parábola**: fuga sem regresso, exatamente no limiar (linha cinzenta). Com $E > 0$, **hipérbole** — o corpo passa com velocidade de sobra e nunca volta.

7. $v_{esc} = \sqrt{(2 \times 1{,}33\times10^{20}/1{,}50\times10^{11})} = \sqrt{(1{,}77\times10^{9})}$ = **42 100 m/s = 42,1 km/s**. Falta: 42,1 − 32,2 = **9,9 km/s**.

8. $v = \sqrt{(2 \times 5{,}17\times10^{8})} = \sqrt{(1{,}034\times10^{9})}$ = **32 200 m/s = 32,2 km/s** ✓ — exatamente o vetor v_p do painel (a): as duas figuras dizem o mesmo.

9. A Lua tem massa e raio pequenos ⇒ GM pequeno ⇒ v_{esc} = 2,4 km/s — muito abaixo das velocidades térmicas dos gases a frio: os átomos leves escaparam há muito. A Terra (11,2 km/s) retém-os — por isso tem atmosfera. É a fórmula $v_{esc} = \sqrt{(2GM/r)}$ a decidir quem fica com ar.

10. $K(r_p)/K(r_a)$ = 5,2/2,6 ≈ **2,0** — a cinética no periélio é quase o dobro; confirma com as velocidades: $(32{,}2/23{,}0)^2$ = 1,96 ≈ 2 ✓ ($K \propto v^2$).

11. $T = 2\pi\sqrt{((1{,}80\times10^{11})^3/1{,}33\times10^{20})} = 2\pi \times 6{,}62\times10^{6}$ = **4,16×10^7 s ≈ 482 dias** · verificação pela 3.ª lei: 365 × $\sqrt{1{,}73}$ = **480 dias** ✓ (≈ 1,3 anos terrestres).

12. (modelo) A órbita (a) mostra o *como*: o corpo vem do afélio mais devagar (v_a = 23,0) e passa no periélio mais rápido (v_p = 32,2) — porque o Sol puxa e o momento angular se conserva. O gráfico (b) traduz isso em energias: onde está mais perto, U é muito negativo (−8,9×10^8) e K grande (5,2×10^8); onde está longe, trocam-se — mas a soma E = −3,7×10^8 nunca muda (linha verde horizontal), e é por ser negativa que a órbita é fechada. Para sair da órbita há que «empurrar» a linha verde até zero (a cinzenta): isso custa energia suficiente para dar v ≥ v_{esc} = 42,1 km/s, ou seja +9,9 km/s sobre v_p — acima disso, o corpo não volta.

© 2026 Estudantices