

Ângulos na Circunferência

9.º ano

Matemática

6 páginas

Ficha de exercícios sobre ângulos ao centro, ângulos inscritos, tangentes e quadriláteros inscritíveis. Resolve os exercícios com apoio da calculadora. As soluções estão nas páginas finais.

Revisão rápida: O **ângulo ao centro** tem o vértice no centro da circunferência e mede o arco que abraça. O **ângulo inscrito** tem o vértice num ponto da circunferência e mede **metade** do ângulo ao centro do mesmo arco ($AM = AO/2$, em graus). O ângulo inscrito numa **semicircunferência** mede sempre 90° (Teorema de Thales). A **tangente** à circunferência é $\perp$ ao raio no ponto de tangência. Num **quadrilátero inscritível**, os ângulos opostos são suplementares (a soma é 180°).

Exercício 1 — Ângulo ao centro e ângulo inscrito

Em cada caso, uma circunferência de centro O tem dois pontos A e B na circunferência. Determina a medida do ângulo inscrito ACB, sabendo que C pertence à circunferência no arco AB.

1.1) O ângulo ao centro AOB mede 80° . O ponto C está na circunferência no arco AB. Calcula a medida do ângulo $\angle ACB$.

1.2) O ângulo ao centro AOB mede 120° . O ponto C está na circunferência no arco AB. Qual é a medida do ângulo inscrito ACB?

1.3) O ângulo ao centro AOB mede 90° . Determina o ângulo inscrito ACB.

1.4) O ângulo inscrito ACB mede 30° . Qual é a medida do ângulo ao centro AOB do mesmo arco?

1.5) O ângulo ao centro AOB mede 140° . Calcula o ângulo inscrito ACB.

Exercício 2 — Ângulo inscrito em semicircunferência

2.1) Numa circunferência de centro O, o segmento [AB] é um diâmetro e C é um ponto da circunferência. Confirma que o triângulo ABC é retângulo em C.

2.2) Numa semicircunferência de diâmetro [AB], o ponto C está na circunferência e o ângulo $\angle CAB$ mede 35° . Calcula as medidas dos restantes ângulos do triângulo ABC.

2.3) P e Q são os extremos de um diâmetro e R é um ponto da circunferência tal que $\angle PQR = 52^\circ$. Determina as medidas de todos os ângulos do triângulo PQR.

Exercício 3 — Tangente e raio

Em cada caso, t é a tangente à circunferência de centro O no ponto T , e OT é o raio correspondente. Lembra-te: $OT \perp t$.

3.1) A tangente t toca a circunferência em T . Qual é a medida do ângulo entre o raio OT e a tangente t ? Justifica.

3.2) No ponto de tangência T parte a corda TC . A corda TC faz um ângulo de 40° com a tangente t . Sabendo que o triângulo OTC é isósceles ($OT = OC = \text{raio}$), calcula o ângulo $\angle OTC$.

3.3) Uma corda TP faz um ângulo de 25° com a tangente no ponto T . Determina o ângulo $\angle OTP$ no triângulo isósceles OTP .

3.4) Do ponto exterior P parte-se uma tangente que toca a circunferência em T , com $OP = 10 \text{ cm}$ e $OT = 6 \text{ cm}$. Calcula a distância PT (usa o teorema de Pitágoras).

Exercício 4 — Quadriláteros inscritíveis

4.1) Um quadrilátero $ABCD$ está inscrito numa circunferência e $\angle A = 95^\circ$. Qual é a medida de $\angle C$?

4.2) Num quadrilátero inscrito, $\angle B = 78^\circ$. Determina $\angle D$.

4.3) Um quadrilátero tem $\angle A = 70^\circ$ e $\angle C = 110^\circ$. Pode ser inscrito numa circunferência? Justifica.

4.4) Um quadrilátero tem $\angle A = 70^\circ$ e $\angle C = 100^\circ$. Pode ser inscrito numa circunferência? Porquê?

Exercício 5 — Problemas mistos

5.1) Numa circunferência de centro O , o ângulo ao centro AOB mede 100° . O triângulo AOB é isósceles ($OA = OB$). Calcula os ângulos $\angle OAB$ e $\angle OBA$ e confirma que o ângulo inscrito ACB , com C no arco AB , mede metade de $\angle AOB$.

5.2) Em $[AB]$, diâmetro de uma semicircunferência, está o ponto C da circunferência. Sabe-se que $\angle ABC = 42^\circ$ e que a tangente em A é perpendicular ao raio OA . Determina todos os ângulos do triângulo ABC e verifica que a corda AC faz com a tangente em A um ângulo igual a $\angle ABC$.

5.3) Um quadrilátero $ABCD$ está inscrito numa circunferência de centro O . Sabe-se que $\angle A = 3\angle C - 20^\circ$. Determina as medidas de $\angle A$ e $\angle C$.

 **Sugestão:** Sempre que puderes, faz um esboço da figura antes de resolver. Identifica primeiro onde está o vértice do ângulo (no centro? na circunferência?) — isso decide se usas o ângulo ao centro ou o inscrito.

Soluções

9.º ano

Matemática

Páginas 4–6

Exercício 1 — Ângulo ao centro e inscrito

1.1)

O ângulo inscrito é metade do ângulo ao centro do mesmo arco: $\angle ACB = 80^\circ \div 2 = 40^\circ$.

1.2)

 $\angle ACB = 120^\circ \div 2 = 60^\circ$.

1.3)

 $\angle ACB = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$.

1.4)

Agora conhecemos o inscrito, logo o ângulo ao centro é o dobro: $\angle AOB = 30^\circ \times 2 = 60^\circ$.

1.5)

 $\angle ACB = 140^\circ \div 2 = 70^\circ$.

Exercício 2 — Ângulo inscrito em semicircunferência

2.1)

[AB] é diâmetro $\rightarrow$ o arco AB é uma semicircunferência (180°). O ângulo inscrito $\angle ACB$ abraça essa semicircunferência, logo $\angle ACB = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$. O triângulo ABC é retângulo em C. ✓

2.2)

 $\angle ACB = 90^\circ$ (Thales) $\rightarrow \angle CBA = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. Ângulos: **35°, 90°, 55°**.

2.3)

 $\angle PRQ = 90^\circ$ (diâmetro [PQ]) $\rightarrow \angle QPR = 180^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$. Ângulos: **38°, 52°, 90°**.

Exercício 3 — Tangente e raio

3.1)

A tangente é $\perp$ ao raio no ponto de tangência $\rightarrow$ ângulo entre OT e t = **90°** .

3.2)

No ponto T, o raio OT faz 90° com a tangente; a corda TC afasta-se 40° dessa direção $\rightarrow \angle OTC = 90^\circ - 40^\circ = \mathbf{50^\circ}$. Verificação: o triângulo OTC é isósceles ($OT = OC$), logo $\angle OTC = \angle OCT = 50^\circ$ e $\angle TOC = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$. ✓

3.3)

Analogamente, $\angle OTP = 90^\circ - 25^\circ = \mathbf{65^\circ}$ (e $\angle OPT$ também mede 65° por serem lados iguais do triângulo isósceles).

3.4)

O triângulo OPT é retângulo em T (tangente $\perp$ raio). Pitágoras: $PT^2 + OT^2 = OP^2 \rightarrow PT^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow PT = \mathbf{8\text{ cm}}$.

Exercício 4 — Quadriláteros inscritíveis

4.1)

Ângulos opostos suplementares: $\angle C = 180^\circ - 95^\circ = \mathbf{85^\circ}$.

4.2)

$\angle D = 180^\circ - 78^\circ = \mathbf{102^\circ}$.

4.3)

$\angle A + \angle C = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ \rightarrow$ sim, **pode ser inscrito**, porque os ângulos opostos são suplementares.

4.4)

$\angle A + \angle C = 70^\circ + 100^\circ = 170^\circ \neq 180^\circ \rightarrow$ **não pode ser inscrito**: faltam 10° para os ângulos opostos serem suplementares.

Exercício 5 — Problemas mistos

5.1)

$OA = OB = \text{raio} \rightarrow \text{triângulo isósceles} \rightarrow \angle OAB = \angle OBA = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$ cada.

O ângulo inscrito $\angle ACB$ do arco AB mede $100^\circ \div 2 = 50^\circ$, confirmando que é metade do ângulo ao centro. ✓

5.2)

No triângulo ABC : $\angle ACB = 90^\circ$ (Thales), $\angle ABC = 42^\circ \rightarrow \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

Na tangente em A : $OA \perp \text{tangente} \rightarrow \text{ângulo entre a corda } AC \text{ e a tangente} = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$, igual a $\angle ABC$. ✓

5.3)

Quadrilátero inscritível $\rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ$. Substituindo: $3\angle C - 20^\circ + \angle C = 180^\circ \rightarrow 4\angle C = 200^\circ \rightarrow \angle C = 50^\circ$; $\angle A = 3 \times 50^\circ - 20^\circ = 130^\circ$.

Verificação: $130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$. ✓

✓ **Autocorreção:** Se erraste algum exercício, volta a ler a revisão rápida da página 1 e refaz o item antes de avançar. Os erros mais comuns: confundir ângulo ao centro com inscrito e esquecer que ângulos opostos de quadriláteros inscritíveis somam 180° .